

L'égalité  
Le signe =

## OBJECTIFS ET CHOIX MATHÉMATIQUES

Du point de vue des connaissances, cette unité vise à :

- **Consolider le concept de l'égalité**, concept qui permet d'indiquer que deux désignations identiques ou non désignent un seul et même nombre.
- **Consolider** l'utilisation du signe de l'égalité : =.

Du point de vue des compétences, cette unité vise à :

- **Consolider** les comparaisons d'écritures de nombres en manipulant.
- **Consolider** les comparaisons d'écritures de nombres par le calcul.
- **Développer des compétences** relevant de la manipulation de l'égalité :
  - comment passer d'une égalité à une autre,
  - comment s'assurer que deux écritures de nombres sont égales ou non,
  - comment repérer si une écriture d'un nombre désigne un nombre supérieur ou inférieur à un autre, etc.
- **Mobiliser le nombre appelé zéro** pour transformer des égalités afin d'effectuer des calculs en simplifiant le déroulé.
- **Développer des compétences en lien avec la relation d'ordre** : comparer des écritures de nombres en analysant leurs décompositions additives :
  - dans une somme, on peut ajouter un nombre  $x$  à un des termes de la somme, à condition de l'enlever à l'autre terme, on ne modifie pas la valeur,
  - dans une différence, on peut ajouter un même nombre à chacun des deux termes, on ne modifie pas la valeur.

## Chapitre 2 :

### Un nouveau problème pour les NuméRas

#### 1. Un mot venu de la Terre

RaCinq, RaSix, RaSept, RaHuit et RaNeuf vont visiter la planète Terre. Ils se rendent dans différents pays, pour savoir où vivent et comment parlent les habitants de la Terre.

RaSix et RaHuit vont en France. RaSix entre dans une école vide et y laisse des messages pour les élèves d'une classe. RaHuit se rend dans une grande ville, que l'on appelle la *Ville Lumière*, l'*ancienne Lutèce*, mais aussi la *ville de la Tour Eiffel*, la *capitale de la France* ou tout simplement *Paris*. RaHuit est un peu perdu par tous ces noms différents. « C'est **égal** que l'on dise un nom ou l'autre, lui disent des étudiantes. Il y a souvent plusieurs noms pour la même chose ». Après leurs visites, les cinq amis, riches de leurs nouvelles expériences, retournent en Dodécanèse. RaHuit raconte à tout le monde sa visite de la ville aux multiples noms.

De leur côté, les NuméRas à numéro ont maintenant beaucoup d'écritures différentes pour sauver un même nombre de RaZeds.

Un problème se pose alors. Comment indiquer que ces nombreuses commandes différentes ont le même effet ? Comment montrer qu'elles permettent de commander le même nombre de boîtes de KisKas ? Comment dire que les écritures différentes  $9 + 6$  et  $8 + 7$  libèrent un même nombre de RaZeds ?

Pour résoudre ce problème, les NuméRas à numéro demandent à RaMots et à ChercheRa de les aider. Les deux savants comprennent qu'un même nombre peut avoir des écritures différentes, comme les noms différents donnés à une même ville. Mais comment le montrer ?

Le lendemain, les deux chercheurs invitent les NuméRas à numéro à les rejoindre. RaMots explique la ressemblance entre les noms différents de Paris et les écritures différentes des nombres, comme  $1 + 2 + 3 + 4 + 5$  et  $9 + 6$ . Ces écritures ne sont pas pareilles, mais elles permettent de commander le même nombre de boîtes de KisKas.

Les deux chercheurs concluent : « Des écritures différentes peuvent indiquer la même chose. Comment le dire puisque le mot *pareil* ne convient pas ? »

Alors RaZéro dit à tous : « RaHuit rapporte toujours à la fin de son récit, le propos des étudiantes : *c'est égal* ». RaMots suggère de prendre le mot *égal* et la proposition est adoptée par tous.

Désormais, on pourra dire que  $3 + 4$  égale  $5 + 2$

ou que  $7$  est égal à  $9 - 2$ .

**Etape 1**  
Le sens du mot  
« égal », du  
verbe  
« égaler »

Planche 1

Mise en scène

Planche 2

Fiche lecture 1, p.29

Fiche écriture

Missions 1 à 7

Structuration

## 2. Un signe pour égal

Les NuméRas veulent fabriquer un signe pour remplacer « est égal à » parce que ce n'est pas une écriture mathématique. Ils utilisent trois allumettes pour inventer un nouveau signe.

Les groupes font plusieurs propositions. Les NuméRas éliminent les signes qui ne sont pas pareils des deux côtés, parce qu'ils ne montrent pas bien que les deux écritures sont égales. Il reste encore trois signes :  $\triangle$ , = et  $\uparrow$ . RaDeux préfère le signe = parce qu'il est formé de deux mêmes traits et qu'on a deux écritures égales.

Les NuméRas votent et le signe = l'emporte. RaZéro aime bien ce signe parce qu'il ressemble à une route.

Ainsi on pourra écrire  $3 + 2 = 4 + 1$ .

Pour pouvoir nommer une écriture comme  $3 + 2 = 4 + 1$  RaMots a inventé un nouveau mot à partir du mot *égal*, le mot *égalité*.

Mais toutes les écritures de nombres ne sont pas égales, par exemple :

l'écriture  $1 + 2$  n'est pas égale à l'écriture  $1 + 3$ .

Comme il est encore plus long d'écrire *n'est pas égal à*, RaZéro a placé une troisième allumette en travers sur les deux autres qui forment le signe =. Il obtient alors le signe  $\neq$  et dit : « C'est comme si on barrait la route ».

ChercheRa dit alors : « On pourra ainsi écrire  $1 + 2 \neq 1 + 3$  qui se lit *un plus deux n'est pas égal à un plus trois* ou encore *un plus deux est différent de un plus trois* ».

Désormais, les NuméRas à numéro écrivent de très nombreuses égalités. Ils s'amuse à trouver comment passer de l'une à l'autre.

\*\*\*

RaCinq invente un nouveau jeu. Son jeu est un jeu de magie. RaCinq se sert du nombre *zéro* qui lui permet de ne rien changer et de tout changer en même temps.

RaCinq explique à tous ce nouveau jeu. Il dit :

« Vous êtes bien d'accord avec l'égalité  $2 = 2$  ? »

« Evidemment », répondent tous les NuméRas.

Il poursuit : « Je peux ajouter *zéro* à *deux* sans rien changer. Vous êtes d'accord ? »

« Evidemment », répondent en chœur les NuméRas.

« J'ai alors  $2 = 2 + 0$ . Vous êtes toujours d'accord ? »

« Oui », répondent massivement les NuméRas.

« Je peux aussi écrire  $0 = 3 - 3$  ? »

Les NuméRas acquiescent encore.

« Je peux remplacer 0 par  $3 - 3$  dans l'égalité  $2 = 2 + 0$  ».

*Je construis les mathématiques avec les NuméRas.* Unité 2 Niveau 2

**Etape 2**  
Les signes = et  $\neq$ . Le mot *égalité*.

Planche 3

Fiche lecture 2, p.35

Missions 8 à 15

Planche 4

« Bien évidemment puisque ce sont deux écritures du même nombre », répondent les NuméRas.

« Alors voici l'égalité que j'obtiens :  $2 = 2 + 3 - 3$  »

« D'accord ! » s'exclament tous les NuméRas.

« J'obtiens donc  $2 = 5 - 3$  puisque  $2 + 3 = 5$ . Voilà mon tour de magie. J'ai tout changé sans rien changer grâce à zéro ».

Un énorme BRAVO retentit alors, suivi d'une salve d'applaudissements. Depuis ce jour, les NuméRas utilisent le fameux nombre appelé *zéro* pour fabriquer de très nombreuses égalités.

RaCinq a aussi montré que l'on peut faire ce tour de magie à l'envers en partant de  $5 - 3$  et en écrivant que  $5 - 3 = 2 + 3 - 3 = 2 + 0 = 2$  !

Tous les NuméRas adoptent ce nouveau jeu, RaZéro se réjouit de les voir jouer autant avec le nombre *zéro*.

Fiche lecture 2, p.35  
suite

Mission dictionnaire

Réaliser ce  
calcul au  
tableau en le  
commentant.

Missions 16 à  
18

# ACTIVITES EN MATHEMATIQUES

## Introduction

Cette unité est sans doute l'une des plus importantes de l'enseignement des mathématiques en cycle 2 puisqu'elle vise à consolider le sens d'une notion que les élèves utiliseront tout au long de leur scolarité, l'égalité. Son sens est souvent mal compris, pourtant, bien des apprentissages ultérieurs en dépendent, comme par exemple la compréhension de la relation  $\frac{1}{4} = 0,25$ .

C'est aussi le concept d'égalité qui donne sens à la formule de la division euclidienne, à certaines techniques opératoires, au calcul réfléchi, etc.

Une conception erronée de l'égalité consiste à croire que l'égalité est une relation entre nombres or tout nombre n'est égal qu'à lui-même, de même que toute personne existant sur Terre n'est égale qu'à elle-même. Deux personnes différentes peuvent avoir des droits égaux, des tailles égales, des masses égales, des revenus égaux mais ne sont, jamais égales. Il n'y a donc pas lieu de mobiliser un signe particulier pour indiquer qu'un nombre est égal à lui-même.

Par contre, tout nombre possède une infinité de désignations possibles. C'est dans l'ensemble de ces désignations qu'il est intéressant de pouvoir mentionner que deux d'entre elles sont celles d'un même nombre ou ne le sont pas ( $7$ ,  $3 + 4$ ,  $9 - 2$ ,  $1 + 3 + 2 + 1$ ,  $2 \times 3 + 1$ , etc.). L'égalité est ainsi une relation entre des écritures de nombres, généralement dans le registre des écritures symboliques mathématiques, mais aussi dans celui de la langue naturelle.

Il est en fondamental de pouvoir indiquer, au vu de deux écritures différentes si celles-ci sont des écritures d'un même nombre ou de deux nombres différents. Il est tout aussi important de pouvoir transformer une écriture d'un nombre en une autre écriture de ce même nombre. Cela permet notamment d'effectuer mentalement ou en ligne des calculs avec une plus grande agilité, cela permet aussi de résoudre bon nombre de problèmes. Ecrire 17 sous la forme  $4 + 4 + 4 + 4 + 1$  permet de résoudre le problème suivant : *Combien de paquets de quatre yaourts peut-on former avec 17 yaourts* (quatre et il reste un yaourt) ou bien *Combien de voitures ) quatre places est-il nécessaire de prendre pour déplacer 17 personnes* (il en faut cinq). La simple manipulation des nombres, établie sous le contrôle de l'égalité permet de résoudre ces problèmes sans disposer de la division.

L'égalité n'est pas le signal qui déclenche un calcul (touche de calculatrice) qui vise la transformation d'une écriture d'un nombre en son écriture canonique. Cet usage de l'égalité n'est qu'un cas particulier du cas général décrit ci-dessus. Ce n'est certainement ce sens et ce seul sens qu'il convient d'enseigner.

Le sens profond de l'égalité n'est habituellement pas ou peu enseigné. Cette notion apparaît usuellement au début des apprentissages de CP par l'utilisation « parachutée » du signe qui la traduit dans le registre des écritures mathématiques. Elle est généralement introduite

- sans qu'elle apparaisse comme une nécessité,
- sans qu'elle réponde à un problème,
- sans qu'au moins un de ses nombreux sens ne soit établi,
- sans que son introduction ne soit même explicite.

Le seul sens qui gouverne généralement son introduction est pourtant celui de déclencheur de calcul. Ainsi, si on pose à quelqu'un la question suivante : «  $3 + 4$  égale ? », la réponse spontanée est 7, beaucoup moins spontanément  $5 + 2$  et encore moins facilement  $9 - 2$ . Ce

sont pourtant ces deux dernières manières d'exploiter la notion d'égalité qui sont les plus fondamentales. La première découle du sens donné à l'égalité qui prévaut dans les deux dernières écritures. Nous invitons le lecteur à effectuer ce test autour de lui (élèves, collègues, étudiants, élève de collège, de lycée, famille, etc.).

Cette unité consolide ou éclaire différemment le sens de l'égalité déjà vu par les élèves en début du cycle 2.

Un travail en langue sur le sens du verbe *égaler*, de l'adjectif *égal* et du nom *égalité*, accompagne l'introduction du signe =.

De nombreux calculs mettant en œuvre l'égalité.

## Activités suggérées

Les activités mathématiques de cette unité ont pour objectif :

- de permettre aux élèves de comprendre que les nombres ont de très nombreuses désignations différentes possibles,
- de comparer des écritures pour affirmer qu'elles sont ou non celles d'un même nombre,
- de transformer des écritures d'un même nombre.

## Quelles activités mathématiques ?

Les activités portant sur la manipulation d'égalités, proposées dans cette unité, sont variées, par exemple :

- comparer deux écritures différentes données de nombres afin de savoir si elles désignent ou non le même nombre, donc savoir si elles sont ou non *égales*,
- partir d'une écriture d'un nombre et fabriquer une écriture différente qui désigne le même nombre (fabriquer une égalité),
- comparer deux écritures et évaluer leur différence (la distance entre les deux nombres qu'elles désignent),
- compléter une égalité à trou,
- émettre des conjectures portant sur des opérations permises sur les égalités,
- développer des stratégies de calcul mettant en œuvre les conjectures développées précédemment,
- trouver par le calcul l'écriture canonique d'un nombre donné et l'exprimer par une égalité (ex :  $3 + 4 = 7$ ).

## Quelles stratégies pour comparer des écritures de nombres et montrer une égalité?

On demandera aux élèves de travailler en permanence sous la contrainte suivante : faire comme peuvent le faire les NuméRas à ce moment de leur histoire. Donc ne pas effectuer de calculs de sommes qui pourraient dépasser strictement neuf. Ne pas poser cette contrainte enlèverait tout intérêt aux activités proposées qui invitent les élèves à composer additivement et à décomposer additivement, à exercer leur habileté à manipuler les nombres.

Les élèves peuvent

- Manipuler (indispensable au début pour bien comprendre le sens de l'égalité),
- Représenter (les nombres donnés sont représentés par des collections de points, de croix, etc.),
- Calculer mentalement,
- Opérer sur les écritures elles-mêmes :

### Pour montrer que deux écritures sont égales ou différentes

On peut transformer les écritures à comparer en effectuant une ou les deux opérations suivantes :

- on peut ajouter un même nombre aux deux membres d'une égalité<sup>1</sup>, autrement dit : pour tout  $x$ , tout  $y$  et tout  $a$ , si  $x = y$  alors  $x + a = y + a$ , et réciproquement,
- on peut enlever un même nombre aux deux membres d'une égalité, autrement dit : pour tout  $x$ , tout  $y$  et tout  $a$  (compatible), si  $x = y$  alors  $x - a = y - a$ , et réciproquement.

Ces deux propriétés permettent en fait de vérifier une égalité. Par exemple, si l'on demande aux élèves de comparer les deux écritures (dire s'il y a ou non égalité entre ces deux écritures)

$3 + 4 + 7 + 8$  et  $7 + 7 + 9$ , il suffit d'enlever 7 à chacune d'elle, puis encore une fois 7 (sous une forme  $3 + 4$  dans un cas et 7 dans l'autre), puis 8 aux deux membres pour ramener le problème à la comparaison de 0 et de 1 dont on sait que ces deux écritures ne sont pas égales. D'où la conclusion :

$$3 + 4 + 7 + 8 \neq 7 + 7 + 9$$

Les deux propriétés ci-dessus seront tout d'abord mises en évidence sur des exemples par manipulation d'objets.

### Pour transformer une écriture donnée en une écriture égale (ce qui sera fort utile pour le calcul) :

On peut transformer les écritures à comparer en effectuant une ou les deux opérations suivantes :

- on ne modifie pas une somme en ajoutant un nombre à un terme de cette somme et en enlevant le même nombre à l'autre terme de la somme. Autrement dit : pour tout  $x$ , tout  $y$  et tout  $a$  (compatibles),

$$x + y = (x + a) + (y - a),$$

exemple :

$$5 + 7 = (5 + 3) + (7 - 3) = 8 + 4$$

Par exemple : écrire avec un maximum de 8 le nombre désigné par  $6 + 5 + 7 + 9 + 3$

On remarque que  $6 + 5$  c'est aussi  $(6 + 2) + (5 - 2)$  d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 3 + 7 + 9 + 3, \text{ mais } 3 + 7 = (3 + 5) + (7 - 5) = 8 + 2$$

<sup>1</sup> En écrivant cela, on commet un abus de langage, mais les expressions correctes seraient trop longues et chronophages. Les abus de langage sont inévitables en mathématiques.

d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 2 + 9 + 3, \text{ mais } 2 + 9 = (2 + 6) + (9 - 6) = 8 + 3$$

d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 8 + 3 + 3$$

et le résultat :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 8 + 6$$

C'est ce type de travail que les élèves effectuent en écrivant souvent en barrant et en écrivant des restes ou des compléments au-dessus.

- on ne modifie pas une différence en ajoutant ou en enlevant le même nombre à chacun des termes de la différence. Autrement dit : pour tout  $x$ , tout  $y$  et tout  $a$  (compatibles),

$$x - y = (x + a) - (y + a),$$

Cette propriété, qui sera d'une très grande utilité dans le calcul en ligne et dans le calcul mental portant sur des grands nombres, peut dès maintenant servir à transformer des écritures en écritures égales sous contrainte. Cette même propriété est aussi base de certaines techniques opératoires de la soustraction notamment dans les cas dits « à retenue » portant sur des nombres écrits avec plus de deux chiffres.

## Quelle place pour les manipulations ?

Il n'est sans doute pas inutile de reprendre et de consolider la compréhension du sens de l'égalité en permettant à certains élèves (voire à tous) de manipuler au début.

Le principe de base des manipulations permettant d'établir des égalités repose sur l'additivité de la grandeur cardinale : *le nombre d'éléments d'une collection d'objets est égal à la somme des éléments des parties qui la composent à condition que ces parties n'aient aucun élément en commun.*

Dans les missions, il s'agit de comparer des écritures de nombres, et de conclure à leur égalité ou à leur différence. Ces écritures peuvent comporter des signes  $+$  et  $-$ . Il est aussi demandé de compléter ou de transformer des écritures pour obtenir une égalité. L'élève sera aussi amené à évaluer la distance entre deux nombres au travers d'écritures variées de ces nombres.

La référence au nombre de RaZeds qu'une écriture permet de sauver, en envoyant chez VendRa les NuméRas désignés par cette écriture permet immédiatement d'affirmer que certaines écritures sont égales, par exemple :

$9 + 7 = 7 + 9$  puisque **ce sont les mêmes NuméRas** qui sauvent les RaZeds (RaNeuf et RaSept) ; ainsi, la fiction permet de montrer la commutativité de l'addition par les contraintes des NuméRas.

$5 + 6 + 3 + 4 = 3 + 6 + 5 + 4$  pour les mêmes raisons. On peut pour cela utiliser des cartes sur lesquelles figurent des NuméRas.

La fiction permet de montrer l'associativité de l'addition.

Dans ce type de travail, on associe soit certaines configurations du réel (tas formés de paquets) à des écritures mathématiques, soit des représentations figurales de ces objets groupés par paquets à des écritures symboliques mathématiques.



Pour montrer une égalité

Pour montrer que deux écritures sont égales, par exemple que  $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$  on peut :

- Procéder par transformation et manipulation : partir d'une écriture, prendre **un seul tas** d'objets (le nombre d'objets total que traduit cette écriture), former les paquets comme indiqué dans l'écriture, puis transformer les paquets pour parvenir à traduire de manière évidente l'autre écriture.

Exemple : Pour monter l'égalité  $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$

Prendre un tas de  $3 + 4 + 5$  objets. Disposer ce tas en trois paquets, l'un de 3 objets (à gauche), l'autre de 4 objets (au milieu), le dernier de 5 objets (à droite), l'association entre l'écriture additive et le tas formé des trois paquets ainsi configurés est alors évidente ou doit le devenir. Dans un deuxième temps, transformer ces paquets pour obtenir une configuration traduisant fidèlement le membre de droite de l'égalité. Pour cela, décomposer le paquet de gauche en deux paquets, l'un d'un objet, l'autre de deux. Les placer dans cet ordre de gauche à droite. Former ensuite un seul paquet du paquet de quatre objet et du paquet de cinq objets (les rassembler), ce qui forme un paquet de neuf objets que l'on dispose à droite des deux autres, réalisant alors par manipulation, l'écriture additive du membre de droite de l'égalité, dont la correspondance devient évidente. Il ne reste aucun objet non pris en compte. Aucun objet n'a été ajouté. Il y a bien égalité entre les deux écritures.

- Procéder par correspondance terme à terme et manipulation : prendre **deux tas** d'objets, l'un qui traduit l'écriture du nombre d'objets d'un membre de l'égalité, l'autre qui traduit le nombre d'objets de l'autre membre de l'égalité, comparer alors le nombre total d'objets.

Exemple : pour montrer que  $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$

Prendre trois paquets d'objets (l'un de 3, l'autre de 4, le dernier de 5) pour traduire le membre de gauche, et trois paquets (l'un de 1, l'autre de 2, le troisième de 9) pour traduire le membre de droite. Former les deux tas en groupant les paquets. Associer un à un les éléments pour constater que ces deux tas ont le même nombre d'éléments, d'où l'égalité. Dans le cas contraire, on n'aurait pas l'égalité.

Note : dans les cas où un signe – figure dans l'écriture d'un des deux membres, s'il s'agit par exemple de montrer par la manipulation que  $9 - 2 = 3 + 4$  ou que  $3 + 4 = 9 - 2$ .

**Première stratégie** : prendre le nombre d'objets indiqué par le nombre duquel on soustrait, dans ce cas, 9 objets. Effectuer l'enlèvement de 2 objets. Il reste un tas à décomposer en un paquet de 3 objets et un paquet de 4 objets. L'égalité est alors montrée. Se pose le problème des traces écrites puisque des objets disparaissent lors des manipulations. Il est alors indispensable de traduire les manipulations opérées en écriture mathématiques au fur et à mesure qu'elles sont effectuées. Il est conseillé dans ce cas où le problème est traité comme s'il s'agissait d'une transformation, de dessiner un axe chronologique et d'écrire les différentes opérations sur cet axe en sériant bien les périodes. La suite des transformations est illustrée ci-dessous avec des billes.

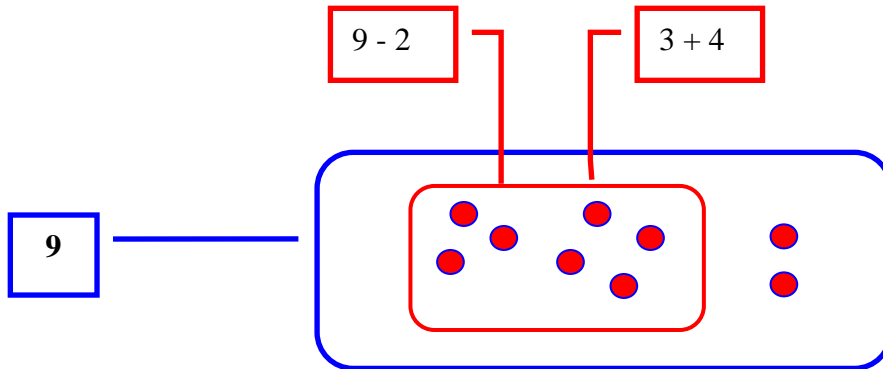
Je prends 9 billes.	J'en enlève 2.	J'ai un tas de $9 - 2$ billes.	Je fais un paquet de 3 billes et un paquet de 7 billes.	J'ai $3 + 4$ billes.
---------------------	----------------	-----------------------------------	---	-------------------------

On en déduit l'égalité  $9 - 2 = 3 + 4$ .

**Deuxième stratégie** : On peut aussi se ramener au premier cas, celui où il n'y a pas de signe – On prend tout simplement un tas de 9 billes, on en enlève 2. Il reste un tas de billes que l'on sépare en un paquet de 3 billes et un paquet de 4 billes. L'égalité est aussi montrée, mais on a

perdu trace du retrait et si une erreur s'est insinuée à ce moment, les conclusions seront erronées.

**Troisième stratégie :** Se rappeler les relations partie-tout dans une collection d'objets. Prendre 9 billes. Les poser dans une « patate » pour délimiter la collection des 9 billes. Former une partie de cette collection constituée de 2 billes. Le cardinal de la partie complémentaire est  $9 - 2$  (entouré en rouge). Former dans cette partie complémentaire un tas de 3 billes et un tas de 4 billes. L'égalité est alors montrée.



**Quatrième stratégie :** Cette quatrième stratégie repose sur la représentation de la frise numérique et sur le fait que les nœuds indiqués sur cette frise peuvent représenter des quantités, comme les nombres.



- La flèche verte pointe le nombre  $9 - 2$  (comme sur un plateau de jeu).
- La dernière flèche rouge pointe le nombre  $3 + 4$ .
- Les deux flèches arrivent au même endroit, pointent une désignation du même nombre sur la file numérique. On a donc l'égalité.

Pour compléter une écriture lacunaire, afin d'obtenir une égalité, on peut :

- Procéder par manipulation à partir de l'écriture décrivant un membre de l'égalité

Exemple : Soit à compléter l'égalité lacunaire  $6 + 3 = 4 + \underline{\quad}$ .

Prendre un paquet de 6 objets, un paquet de 3 objets, ce qui forme un tas de 9 objets. Isoler un paquet de 4 objets, ce qui détermine un paquet de 5 objets. En déduire alors que  $6 + 3 = 4 + 5$ .

Pour les missions laissant le choix des paquets traduisant le second membre, on opère de la même manière en choisissant arbitrairement un ou deux premiers paquets à partir d'un tas d'objets représentant le nombre total d'objets.

Exemple : Soit à compléter l'égalité doublement lacunaire  $3 + 5 = 2 + \underline{\quad} + \underline{\quad}$ .

Prendre un tas de  $3 + 5$  objets, former un tas de 2 objets. Répartir les objets qui restent en deux tas. Par exemple un tas de 5 objets et un tas un tas d'un objet. D'où l'écriture de l'égalité :  $3 + 5 = 2 + 5 + 1$ .

Toutes ces activités permettent aux élèves de se **forger des représentations** qui seront fort utiles en **calcul mental** et consolident les compétences essentielles portant sur les premiers nombres (inférieurs strictement à dix).

S'il est important de faire manipuler les élèves au début, il est non moins important d'orienter au fur et à mesure de leurs capacités les élèves vers un travail purement écrit dans le registre mathématique, ce qui mobilise du calcul mental.

Il revient à l'enseignant de déceler quand un élève est mûr pour effectuer ce passage vers plus d'abstraction. L'enseignant demande alors à l'élève de ne pas prendre les objets ou, dans un premier temps, d'en disposer et de les cacher. Il demande à l'élève de « voir » ces objets dans sa tête et de les manipuler dans sa tête tout en regardant l'écriture à transformer.

### Quelles traces écrites pour ces missions ?

Il est important de conserver une trace écrite, rédigée collectivement, des stratégies décrites ci-dessus (ou d'autres pertinentes) et de copier ces traces dans le *Cahier de recherches*. Les missions 3 et 4 aident à la rédaction de ces stratégies.

On s'inspirera aussi des travaux sur la frise numérique (stratégie 4) pour conserver des traces écrites.

### Calcul mental

Le calcul mental se poursuit à raison d'au moins un quart d'heure par jour. Aux activités précédemment décrites, il convient d'ajouter des activités d'écritures variées des nombres.

Les questions mobilisent le mot *égal* ou le mot *égalité* ou mentionne *écritures différentes*.

Par exemple :

« Ecrivez zéro de trois manières différentes. »

« Ecrivez cinq de quatre manières différentes. »

« Ecrivez trois plus quatre de deux manières différentes. »

« Ecrivez neuf avec le plus de deux possibles. »

« Ecrivez huit avec le plus de trois possibles. »

Ne pas oublier de demander d'écrire, sans calculer, le suivant ou le nombre qui précède un autre nombre. Par exemple :

« Ecrivez le suivant de  $4 + 5 + 7 + 9$ , sans calculer. » (Réponse :  $4 + 5 + 7 + 9 + 1$ ).

« Ecrivez le nombre juste avant  $4 + 5 + 7 + 9$ , sans calculer. » (Réponse :  $4 + 5 + 7 + 9 - 1$ ).

## DEROULEMENT

### Objectifs mathématiques

- Comprendre le sens de l'égalité et du signe =.
- Savoir comparer des écritures de nombres.
- Savoir ordonner des nombres à partir de leurs écritures sous forme additive.
- Comprendre et utiliser le signe  $\neq$ .

### Etape 1 : Un mot venu de la Terre

Compétences travaillées	Matériel
<ul style="list-style-type: none"><li>• Comparer les écritures de nombres (relation d'égalité et d'inégalité).</li><li>• Comparer différentes décompositions additives de nombres.</li><li>• Développer des stratégies de comparaison d'écritures additives au sens large, sans effectuer les calculs.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Coffret contenant l'histoire : (U2, étape 1).</li><li>• Personnages de l'histoire.</li><li>• Planches 1 et 2.</li><li>• Etiquettes de la mission 7 à manipuler (un jeu par groupe d'élèves)</li><li>• Axe numérique</li></ul>

### Déroulement suggéré

#### 1. Un mot venu de la Terre

- Lecture magistrale de l'histoire en utilisant les personnages.
- Reformulation par les élèves à l'aide des planches 1 et 2.
- Mise en scène (voir ci-contre).
- Lecture 1 (*Cahier élève* p. 29) et activités afférentes. Voir Activités en français/Lecture/Lecture 1.
- Fiche d'écriture pour familiariser les élèves avec les expressions à utiliser dans les missions suivantes. Voir Activités en français/Ecriture/Fiche d'écriture.
- Missions 1 à 6. Mise en commun, mission par mission : faire émerger les différentes stratégies de comparaison des élèves. Noter les stratégies pertinentes au tableau. Voir Activités en mathématiques/quelles stratégies.
- Mission 7. A réaliser en groupes. Mise en commun et justifications.
- Trace écrite : copier les stratégies pertinentes dans le *Cahier de recherches*.

#### Mise en scène

Montrer les écritures réalisées par les élèves dans les missions précédentes qui visaient à libérer les RaZeds.

Montrer les étiquettes réalisées par les NuméRas (celles de la mission 7 en grand format), en accrocher au tableau.

Dire aux élèves qu'ils vont aider les NuméRas à classer et à ranger ces écritures. Des missions préparatoires sont nécessaires avant de réaliser ce travail (missions 1 à 6).

### Compléments

- Calcul mental.
- Comparer des grandeurs : longueur, masse, durée.
- Poursuivre la collection de mots à mémoriser. Voir Activité en français/Autour des mots/Suggestion de mots à mémoriser.

## Etape 2 : Un signe pour égal

Compétences travaillées	Matériel
<ul style="list-style-type: none"><li>• Comparer les écritures de nombres (relation d'égalité et d'inégalité).</li><li>• Développer des stratégies de comparaison d'écritures additives au sens large, sans effectuer les calculs.</li><li>• Exprimer ces comparaisons en utilisant les signes = et <math>\neq</math>.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Coffret contenant l'histoire : (étape 2).</li><li>• Personnages de l'histoire.</li><li>• Planches 3 et 4.</li><li>• Petit matériel en libre service.</li></ul>

### Déroulement suggéré

#### 2. Un signe pour égal

##### Première partie : Invention du signe pour égal

- Rappel du début de l'histoire par les élèves.
- Lecture magistrale de l'histoire jusqu'à « ils s'amuse à trouver comment passer de l'une à l'autre ».
- Reformulation par les élèves en s'appuyant sur la planche 3.
- Lecture 2 (1<sup>e</sup> partie, *Cahier élève* p. 35) : mots du texte et activité 1. Voir Activités en français/Lecture/Lecture 2.
- Missions 8 à 15. Mises en commun : faire émerger les différentes stratégies de comparaison des élèves. Noter les stratégies pertinentes.
- Trace écrite : copier ces stratégies dans le *Cahier de recherches*.

##### Deuxième partie : Le jeu de magie de RaCinq

- Lecture magistrale de l'histoire : le jeu de magie de RaCinq. Effectuer au tableau le travail que fait RaCinq. Faire raconter par les élèves en utilisant la planche 4. Reproduire avec la participation des élèves le jeu de magie de RaCinq à partir d'une autre égalité et d'une autre écriture de 0. Par exemple  $3 = 3$  et  $0 = 4 - 4$ .
- Lecture 2 (2<sup>e</sup> partie, *Cahier élève* P. 35) : activité 2. Voir Activités en français/Lecture/Lecture 2.
- Missions 16 à 18. Mises en commun : faire émerger les différentes stratégies de comparaison des élèves. Noter les stratégies pertinentes.
- Trace écrite : copier ces stratégies dans le *Cahier de recherches*.

### Compléments








- Calcul mental.
- Missions complémentaires.
- Mission dictionnaire : *différent*, *égalité*. Voir Activités en français/Autour des mots/Mission dictionnaire.
- Fiche d'écriture : utiliser la frise pour inventer des phrases pour comparer. Voir Activités en français/Ecriture/Fiche d'écriture
- Poursuivre la collection de mots à mémoriser. Voir Activité en français/Autour des mots/Suggestion de mots à mémoriser.
- Constituer des collections de verbes fréquents irréguliers. Voir Activité en français/Collections de verbes.
- Constituer une collection de phrases : phrases avec « ils » ou « elles ». Poursuivre les autres collections. Voir Activité en français/Collections de phrases.





### Bilan

- Réaliser un bilan avec les élèves, ce bilan figurera sur une affiche qui sera recopiée dans le *Cahier de recherches*.











- Exemple de structuration possible : Nous avons appris à comparer des écritures de nombres, à dire si elles sont égales ou non. Nous avons aussi appris le signe = et le signe  $\neq$ .
- Pour montrer une égalité, je peux manipuler de la manière suivante... (donner un exemple).
- Pour montrer une égalité, je peux calculer (composer, décomposer) de la manière suivante...(donner un exemple).
- Pour compléter une égalité à trou, je peux manipuler de la manière suivante...(donner un exemple).
- Pour compléter une égalité à trou, je peux calculer de la manière suivante...(donner un exemple).
- Etc.

## Indications et commentaires à propos des missions

Missions	Compétences	Commentaires	Stratégie élève
<p>1. Relation d'ordre</p>  à titre d'exemple, notamment pour la dévolution du vocabulaire.	<p>Comparer deux écritures additives.</p> <p>Evaluer une distance entre deux nombres.</p>	<p>Laisser manipuler les élèves qui en ont besoin, surtout pour installer le vocabulaire conventionnel dans cette méthode de tas et de paquet, tout paquet étant une partie d'un tas (au sens large).</p> <p>L'important est de constater que le 6 est commun et, puisque 8 est supérieur à 5, il n'y a pas égalité.</p> <p>On n'effectue pas le calcul.</p>	<p>Constater que A désigne un tas contenant un paquet de 6 objets et un paquet de 5 objets, que B désigne un tas contenant un paquet de 6 objets et un paquet de 8 objets.</p> <p>8 étant plus grand que 5, la commande B libère plus de RaZeds que la commande A, 3 de plus.</p>
<p>2. Relation d'ordre</p> 	Cf. Mission 1.	<p>Cf. Mission 1.</p> <p>On n'effectue pas le calcul de chacun des nombres C et D.</p>	Cf. Mission 1.
<p>3. Relation d'ordre</p> 	<p>Ecrire une désignation additive supérieure à une autre.</p> <p>Comparer.</p>	<p>Il suffit que l'élève ajoute n'importe quel nombre sauf 0.</p> <p>On n'effectue par le calcul de E. Il suffit de permettre aux élèves d'imaginer les tas et de constater que l'augmentation de 1 d'un tas suffit pour répondre.</p> <p>Le plus simple étant d'ajouter un tas de un, donc d'ajouter 1 à la somme, sans effectuer le calcul.</p>	<p>Ajouter 1 ou plus.</p> <p>Augmenter un ou plusieurs nombres, de l'écriture, etc.</p>
<p>4. Relation d'ordre</p> 	<p>Ecrire une désignation additive inférieure à une autre.</p> <p>Comparer.</p>	<p>Il suffit que l'élève soustraie n'importe quel nombre sauf 0.</p> <p>La mise en commun peut faire apparaître des stratégies variées (voir ci-contre).</p>	<p>Soustraire 1 ou plus (sans toutefois dépasser la somme).</p> <p>Diminuer un ou plusieurs nombres de l'écriture, etc.</p>
<p>5. Relation d'ordre</p> 	<p>Comparer terme à terme deux désignations additives.</p> <p>Composer et décomposer additivement.</p>	<p>Ne pas effectuer le calcul des deux nombres à comparer.</p> <p>I : <math>6 + 5 + 8 + 3 + 7</math>            J : <math>8 + 4 + 2 + 3 + 5 + 6</math></p> <p>Puis</p> <p>I : <math>6 + \boxed{5} + 8 + 3 + 7</math>            J : <math>8 + \boxed{5+1} + 3 + 5 + 6</math></p> <p>Enfin</p> <p>I : <math>6 + 5 + 8 + 3 + \boxed{7}</math>            J : <math>8 + \boxed{5+1} + 3 + 5 + 6</math></p> <p>I libère le plus de RaZeds, (un de plus).</p>	<p>Reconnaitre des sommes égales à des nombres indiqués dans l'autre écriture, décomposer des nombres pour mettre en évidence un nombre figurant dans l'autre écriture.</p> <p>Conclure en fonction du « reste » différent quand toutes les comparaisons ont été effectuées.</p>
<p>6. Relation d'ordre</p> 	Cf. Mission 5.	<p>Cf. Mission 5.</p> <p>M est le plus petit.</p> <p>K est le plus grand.</p>	Cf. Mission 5.
<p>7. Comparer et classer des commandes</p>  (par deux).	<p>Classer</p> <p>Comparer</p> <p>Calculer par décomposition recomposition</p>	<p>Préparation : reproduire le document relatif à cette mission (voir Documents en fin de livret).</p> <p>Cette mission a pour but de consolider les apprentissages de comparaisons d'écritures de nombres, de rangement de nombres à partir de leurs différentes écritures, en les comparant <b>sans effectuer les calculs globaux qui dépassent dix !</b> Les élèves doivent faire comme les NuméRas.</p>	<p>Voir « Quelles stratégies pour comparer des écritures de nombres et montrer une égalité ? »</p>

		<p>Demander aux élèves de commencer en comparant d'abord des commandes à la commande O (position centrale). Leur demander de faire des tas des commandes égales, puis de placer ces tas de gauche à droite devant eux de la commande la plus petite à la commande la plus grande, puis, seulement après, de reporter leurs résultats sur l'axe, comme indiqué. Préciser le fonctionnement de cette représentation.</p> <p>Mise en commun : veiller à faire justifier par les élèves et à conserver trace écrite dans le <i>Cahier des NuméRas</i> des différentes stratégies utilisées. Dans l'activité de rangement sur l'axe : demander aux élèves de commencer à placer l'étiquette grisée (lettre O).</p> <p>Problème de recherche (presque ouvert).</p> <p>Résultat de la plus petite à la plus grande commande :</p> <p>Dix-huit : A, S, I, L, D, X  Dix-neuf : N, K, R, F, U, Y  Vingt : W, B, P, O, J, Z  Vingt-et-un : V, E, M, G  Vingt-deux : H, Q, C, T</p> <p>Note : il y a plus de colonnes que nécessaire.</p>	
<p><b>8.</b> Comparer des écritures, signe = et <math>\neq</math>.</p> 	<p>Comparer des écritures additives et soustractives.</p> <p>Calculer mentalement.</p>	<p>Faire émerger les différentes stratégies lors de la mise en commun.</p> <p>Copier dans le Cahier des NuméRas les stratégies pertinentes de portée générale.</p>	<p>Calculer mentalement en réduisant chacun des deux membres à leur écriture canonique quand les sommes ne dépassent pas 9.</p> <p>Manipuler pour certains.</p> <p>Autres stratégies : voir « Quelles stratégies pour... ».</p>
<p><b>9.</b> Egalité, composer, décomposer</p> 	<p>Calculer mentalement.</p> <p>Produire des écritures additives et soustractives pour réaliser des égalités.</p>	<p>Autoriser l'utilisation du nombre 0, mais ne pas le susciter. Par contre, le noter comme une stratégie possible lors de la mise en commun.</p> <p>Cf. ci-dessus.</p>	<p>Décomposer ou composer mentalement.</p>
<p><b>10.</b> Egalité composer, décomposer</p> 	<p>Décomposer recomposer additivement</p> <p>Calculer mentalement</p>	<p>A ce stade, on encouragera les élèves qui souhaitent encore manipuler à effectuer les calculs dans leur tête.</p> <p>L'écriture obtenue est celle d'une division euclidienne. L'enseignant pourra imaginer un énoncé de problème relevant de la division (nombre de parts) à partir de cette écriture. Ce prolongement pourra être donné aux élèves les plus rapides à ce moment des apprentissages, à tous les autres ensuite.</p>	<p>Manipuler.</p> <p>Décomposer et recomposer.</p>
<p><b>11.</b> Egalité composer, décomposer</p> 	<p>Cf. mission 10.</p>	<p>Cf. mission 10.</p>	<p>Cf. mission 10.</p>



<b>MC1.</b> Egalité composer, décomposer. 	Cf. mission 10.	Cf. mission 10.	Cf. mission 10.
<b>MC2.</b> Egalité composer, décomposer. 	Cf. mission 10.	Cf. mission 10.	Cf. mission 10.
<b>12.</b> Egalité composer, décomposer. Individuelle   pour la deuxième partie.	Cf. mission 10.	Cf. mission 10. La phase collective est destinée à montrer le caractère automatique de la transformation d'une écriture additive en une autre écriture égale. Ici, il s'agit d'observer. Pour passer de l'écriture $6 + 5$ à l'écriture $9 + 2$ , j'ajoute 3 à 6 et j'enlève 3 à 5. ou j'ajoute à sous la forme $0 = 3 - 3$ . Voir aussi mission 16.	Cf. mission 10.
<b>13.</b> Comparer des écritures de nombres en utilisant le signe approprié ( $=$ , $\neq$ ). 	Décomposer Recomposer Calculer mentalement	Favoriser le calcul et le repérage des termes identiques dans les deux écritures à comparer.	Analyser les écritures pour repérer les termes identiques dans les deux écritures ou pour fabriquer dans une écriture un ou plusieurs terme(s) identique(s) à des termes de l'autre écriture afin de conclure. Calculer.
<b>14.</b> Compléter des égalités 	Observer Comparer Calculer	Cf. Mission 13.	Cf. Mission 13.
<b>15.</b> Compléter des égalités 	Cf. Mission 14.	Cf. Mission 14.	Cf. Mission 14.
<b>16.</b> Transformer des égalités 	Cf. Mission 17. Chercher	Cette mission montre l'importance d'ajouter 0 dans des calculs. Ajouter 0 ne modifie pas la valeur, mais modifie l'expression. (Tour de magie de RaCinq).	Calculer. Ecrire 0 sous la forme $n - n$ , $n$ étant bien choisi.
<b>17.</b> Egalité. Composer, décomposer 	Calculer Ecrire un nombre sous différentes formes soustractives	Point 2 : Il s'agit de retrouver le jeu de magie de RaCinq. Observer l'égalité $4 = 9 - 5$ , qui renvoie à une ligne du tableau, laisse penser qu'on a ajouté 0 sous la forme $5 - 5$ ; ce que l'on vérifie.	Tâtonnement, essais et erreurs. Ou travail systématique : commencer par $9 \dots 4 = 9 - 5$ , puis 8, etc. De même avec $5 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ .
<b>18.</b> Comparer, déterminer une distance entre deux nombres exprimés sous forme additive. 	Cf. Mission 10.	Réaliser la première ligne en collectif. Puis le reste en groupes. Exemple de calcul : voir Mission 5.	Faire apparaître par le calcul des termes identiques dans les deux expressions puis conclure en fonction des deux termes différents.

## MISSIONS COMPLEMENTAIRES

### Mission C1 Egalité

RaQuatre aime désigner les nombres avec les plus de 4 possible.

Aide le à écrire  $7 + 9 + 8 + 6 + 5$  avec le plus de 4 possible.

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5$$

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5 = \underline{\hspace{10em}}$$

Comment la classe fait-elle ?

### Mission C2 Egalité

RaSept aime désigner les nombres avec les plus de 7 possible.

Aide le à écrire  $7 + 9 + 8 + 6 + 5 + 4 + 1 + 6$  avec le plus de 7 possible.

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5 + 4 + 1 + 6$$

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5 + 4 + 1 + 6 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$7 + 9 + 8 + 6 + 5 + 4 + 1 + 6 = \underline{\hspace{10em}}$$

Comment la classe fait-elle ?

# ACTIVITE EN FRANÇAIS

## Lecture

### Lecture 1 : Un mot venu de la Terre

Consignes	Compétences	Commentaires	Stratégies
Je lis des mots du texte	Identifier des mots : mémoriser des mots fréquents ou réguliers	Mots nécessaires à la compréhension du concept d'égalité. Synonymes de <i>plusieurs</i> : <i>multiples</i> , <i>nombreuses</i> , <i>différents</i> . Antonyme de <i>pareil</i> : <i>différent</i> .	Décoder. Utiliser l'analogie avec des mots connus.
Complète les phrases avec les bonnes étiquettes	Comprendre un texte : identifier des informations, reformuler. Raisonnement pour résoudre des problèmes d'accord. Copier de manière experte.	Un travail sur les mots combine compréhension et raisonnement sur les accords. Les élèves peuvent soit utiliser leurs connaissances sur la langue (notion de genre et de nombre), soit recourir au texte pour copier les formes correctes. Plusieurs réponses sont parfois possibles : Ils ont de nombreuses écritures différentes/égales. Les écritures [...] sont différentes/égales. Elles ne sont pas pareilles mais elles sont égales/différentes. Faire expliciter le sens et la forme (accord). Différenciation pour éviter la double contrainte (sens et forme) : voir ci-dessous.	Relire les passages où se trouvent les mots pour les comprendre. Utiliser ses connaissances ou des modèles. Chercher la bonne écriture dans le texte.
<b>Différenciation</b> Relie les mots qui ont presque le même sens	Identifier des mots de manière plus aisée. Identifier des relations entre les mots pour mieux comprendre (synonymie).	<i>Plusieurs</i> et <i>nombreux</i> peuvent être associés à <i>beaucoup</i> et <i>multiple</i> . Les deux réponses peuvent être acceptées. Difficulté : <i>différents</i> est parfois utilisé dans le sens de <i>plusieurs</i> .	Utiliser le contexte pour comprendre les mots. Relire les passages où se trouvent les mots pour les comprendre.

### Relie les mots qui ont presque le même sens

- |             |             |
|-------------|-------------|
| plusieurs ● | ● même      |
| nombreux ●  | ● beaucoup  |
| différent ● | ● multiples |
| pareil ●    | ● autre     |

## Lecture 2 : Un signe pour égal

Consignes	Compétences	Commentaires	Stratégies
Je lis des mots du texte	Identifier des mots : mémoriser des mots fréquents ou réguliers	Chercher des éléments communs dans deux mots ou un mot connu dans un mot : « écri » dans « écriture » et « écrivent » « égal » dans « égalité » « tient » dans « obtient »	Décoder. Utiliser l'analogie avec des mots connus.
1. Surligne un passage qui explique pourquoi des écritures différentes de nombres peuvent sauver un même nombre de RaZeds	Comprendre un texte : identifier les informations explicites et implicites. Reformuler. Copier de manière experte.	Deux réponses peuvent être surlignées : « elles permettent de commander le même nombre de boîtes de KisKas » (réponse intermédiaire) « un même nombre peut avoir des écritures différentes » (réponse attendue). Confronter et faire justifier le choix des réponses.	Chercher dans la partie du texte avec le cœur. Relire les phrases et chercher un passage qui explique. Copier et faire vérifier la copie.
2. Pourquoi RaCinq a-t-il entouré $2 + 3$ sur le tableau ?	Comprendre un texte : mobiliser des expériences antérieures de lecture et des connaissances qui en sont issues.	Différenciation : relire l'histoire en intégralité. Plusieurs formulations sont possibles : parce que $2 + 3 = 5$ , pour montrer que $5 = 2 + 3$ , pour montrer d'où vient le 5, etc.	Se rappeler l'histoire lue. Comprendre les écritures du tableau.
<b>Complément</b> Jouez la scène : Racinq explique aux NuméRas les égalités.	Dire pour être entendu et compris. Reformuler le texte entendu.	Les élèves doivent utiliser le tableau pour expliquer le jeu de magie de RaCinq. Un élève joue le rôle de RaCinq et d'autres les NuméRas qui approuvent et confirment. Différenciation : relire l'histoire intégrale et faire expliciter qui parle et pourquoi.	Se rappeler ce que disent les NuméRas et le dire avec ses mots. Utiliser les égalités du tableau pour se rappeler ce que dit RaCinq.

## Autour des mots

### Suggestions de mots à mémoriser<sup>2</sup>

Nature	Mot (recto)	Contexte (verso)
Nom	écriture	une écriture, des écritures, beaucoup d'écritures
Nom	égalité	une égalité
Nom	nom	un nom, des noms
Verbe	écrire	ils écrivent il écrit
Verbe	égaler	$3 + 4$ égale $5 + 2$

<sup>2</sup> L'enseignant sélectionnera parmi cette liste les mots qui lui semblent les plus opportuns à mémoriser en fonction des projets. Le vocabulaire spécifique sera progressivement stocké dans une « boîte à mots mathématiques ».

Nature	Mot (recto)	Contexte (verso)
Autre	multiple	de multiples noms
Autre	nombreux	ces nombreuses commandes
Autre	différent	des écritures différentes des noms différents
Autre	plusieurs	plusieurs noms
Autre	égal	c'est égal 7 est égal à $9 - 2$ . des écritures égales
Autre	pareil	Les écritures ne sont pas pareilles.

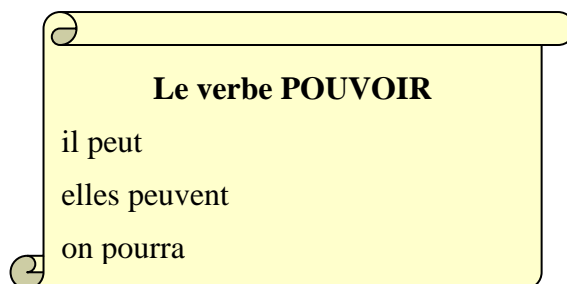
### Collections de verbes fréquents irréguliers

Objectif : se familiariser avec l'indicatif présent, imparfait et futur des verbes *être*, *avoir*, *faire*, *aller*, *dire*, *venir*, *pouvoir*, *voir*, *vouloir*, *prendre*.

Ces verbes sont fréquents mais irréguliers, en particulier à cause des variations de leur base<sup>3</sup>. il s'agit donc de familiariser les élèves à ces formes irrégulières, pour qu'ils reconnaissent le verbe en lecture, quel que soit le temps employé, et puissent s'en servir comme modèle en écriture. Pour cela, il est conseillé de réaliser une petite affiche collective (ou une petite fiche spécifique à ajouter dans le dictionnaire des NuméRas, ou tout autre support utilisable collectivement par les élèves) pour chacun de ces verbes et d'y inscrire les nouvelles formes au fur et à mesure des rencontres dans tous les supports écrit. Cela permet de renvoyer à la forme infinitive du verbe et préciser son sens dans le nouveau contexte, ces verbes étant de surcroît souvent polysémiques. On pourra aussi y ajouter des verbes composés avec le même radical lexical et qui se conjuguent de la même façon (par exemple *prendre* et *comprendre*, *venir* et *convenir*, *tenir* et *obtenir*, etc.).

Ultérieurement, les formes pourront être classées selon des critères variés (temps, personne, forme du radical).

Exemple d'affiche ou de fiche à réaliser :



<sup>3</sup> La principale difficulté dans la conjugaison de ces verbes ne porte pas sur les terminaisons, malgré quelques marques irrégulières (le -x de *peux* et *veux*, le -tes de *faites* et *dites*, le -ont de *font*, *vont*, *ont* et *sont*), mais sur la variation des bases (ou formes différentes que prend le radical selon les personnes au présent ou les temps).

Verbes des textes :

- aller : ils vont
- dire : elles disent, il dit
- prendre : ils comprennent
- venir : il convient
- faire : ils font
- vouloir : ils veulent

## Mission dictionnaire

Mots	Démarche et remarques	Stratégie	Article
différent	<p>1) Repérer dans la fiche lecture 1 les occurrences de « différent » et son sens courant. Noter au tableau les expressions : beaucoup d'écritures différentes des commandes différentes des noms différents d'une ville</p> <p>Montrer les écritures effectivement écrites (notamment mission 7) : se rappeler la situation et expliciter le sens de « différent ». Chercher les différents noms de Paris. Faire reformuler :</p> <p>Ce ne sont pas les mêmes noms/écritures de nombres. Ce sont d'autres écritures, d'autres noms. Les écritures ne sont pas pareilles, etc.</p> <p>2) Repérer le mot dans la fiche lecture 2. Relire le passage. Comprendre qu'en mathématiques le signe <math>\neq</math> se dit « est différent de » et qu'il veut dire « n'est pas égal à ».</p> <p>Faire formuler les deux sens du mot.</p> <p>Difficulté prévisible : la « différence » sera aussi le terme spécifique pour indiquer le résultat de la soustraction. Il conviendra d'aborder ce sens spécifique ultérieurement et de le rajouter alors une fiche au dictionnaire.</p>	<p>Utiliser la situation et le contexte pour comprendre.</p> <p>Reformuler, utiliser synonyme et antonyme.</p>	<p>Le mot <u>différent</u> a deux sens : Sens 1 : qui n'est pas pareil, qui est autre. Exemple : Les écritures <math>3 + 4</math> et <math>5 + 2</math> sont <u>différentes</u>. Contraire : pareil</p> <p>Sens 2 en mathématiques : c'est le signe <math>\neq</math>. Exemple : Le signe <math>\neq</math> se lit « est différent de » ou « n'est pas égal à ». Contraire : égal, le signe <math>=</math></p> <p>On réalisera deux fiches sur le mot : une fiche par sens.</p>
égalité	<p>Le nom <i>égalité</i> est découvert dans le contexte mathématique. Ce mot polysémique est souvent connu dans son sens courant, lié au droit ou à une situation dans un jeu (<i>être à égalité</i>, ce qui signifie que les deux joueurs ont le même score, le même nombre de points). Il s'agit ici de comprendre son sens mathématique qui est spécifique.</p> <p>Demander aux élèves dans quelle situation ils ont déjà entendu le mot <i>égalité</i>. Noter leurs réponses.</p> <p>Relire la deuxième partie du texte jusqu'à la première occurrence du mot. Ecrire le mot <i>égalité</i>. Expliquer ce que RaMots a fait. Observer quel mot on peut lire dans</p>	<p>Utiliser la polysémie.</p> <p>Utiliser le contexte pour comprendre le sens.</p> <p>Utiliser la formation du mot.</p> <p>Associer avec des mots de la même famille.</p>	<p>En mathématiques, une <u>égalité</u> c'est quand deux écritures différentes d'un même nombre sont égales ou qu'on a deux fois la même écriture.</p> <p>Exemples : <math>3 + 2 = 4 + 1</math> et <math>5 = 5</math> sont des égalités.</p> <p>On dit aussi que <math>3 + 2</math> est <u>égal</u> à <math>4 + 1</math> ou que <math>3 + 2</math> <u>égale</u> <math>4 + 1</math>.</p> <p>L'égalité, c'est aussi quand on a les mêmes droits (selon les réponses fournies par les</p>

Mots	Démarche et remarques	Stratégie	Article
	<p>égalité : « égal ».</p> <p>Lire la fin du texte (jeu de RaCinq)</p> <p>Demander quel est le sens du mot <i>égalité</i>.</p> <p>Qu'écrit RaCinq au tableau ? Que <i>fabriquent</i> les NuméRas ?</p> <p>Trouver des reformulations : ce sont des écritures de nombres égales, <math>2 + 3 = 1 + 4</math> est une égalité, quand deux écritures de nombres sont égales, c'est une égalité.</p>		élèves) ou qu'on a le même nombre de points à un jeu.

## Collections de phrases

### Collections nouvelles

Fait de langue Compétences <sup>4</sup>	Titre élève	Exemples	Remarque
<p>5. Verbes à la troisième personne du pluriel (présent)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mémoriser des marques régulières liées à des personnes</li> <li>• Mémoriser les marques particulières de verbes fréquents</li> <li>• Identifier le verbe</li> </ul>	<p>Collection 5 : Les verbes<sup>5</sup> après « ils » ou « elles »</p>	<p>elles disent elles permettent ils comprennent Les chercheurs concluent. elles peuvent indiquer ils veulent ils votent elles forment ils écrivent</p> <p>Ils <u>vont</u> visiter la France. Ils <u>ont</u> des écritures différentes. Ils <u>font</u> des propositions. Elles ne <u>sont</u> pas égales.</p>	<p>Faire substituer les GN pluriels par le pronom correspondant. Ecrire des phrases minimales ou simplement sujet-verbe (sans phrase).</p> <p>Remarquer que l'on peut toujours remplacer le « petit mot » devant le verbe par « ils » ou « elles ».</p> <p>Lorsque la liste sera plus conséquente on pourra remarquer que les « verbes » après « ils » ou « elles » se terminent toujours par « -ent ».</p> <p>Lister ensemble les mots « ont », « sont », « font », « vont ».</p>

Toutes ces collections sont à poursuivre avec d'autres exemples tirés d'autres contextes.

<sup>4</sup> Les compétences indiquées sont inspirées de programmes de 2016.

<sup>5</sup> Le titre sera ajouté lorsque les élèves seront capables de substituer les GN pluriels aux pronoms. Le terme de « verbe » sera utilisé avant toute explication, on expliquera simplement que ces mots qu'on utilise après « ils » ou « elles » s'appellent des verbes.

## Collections à compléter

Titre élève	Exemples	Remarque
Collection 2 : Quand il y a plus de un	plusieurs noms ces nombreuses commandes différentes les écritures différentes les noms différents les multiples noms les écritures pareilles des nombreuses égalités	On peut progressivement intégrer des groupes nominaux avec des adjectifs ou en faire une collection séparée pour familiariser les élèves à la chaîne d'accord dans le GN, en leur proposant des modèles.
Collection 4 : Des phrases avec « sont »	Les écritures des nombres ne sont pas pareilles. Toutes les écritures des nombres ne sont pas égales.	Les occurrences de « sont » dans les textes permettent d'ajouter des phrases négatives.

## Ecriture

Les activités d'écriture visent à utiliser des expressions diverses pour comparer des nombres.

### Fiche d'écriture : Ecrire des phrases pour comparer

Objectifs :

- Identifier les constituants d'une phrase simple en relation avec son sens.
- Comprendre le sens des expressions « plus petit que », « plus grand que », « égal à », « différent de ».
- Compléter une phrase en comprenant le sens.
- Copier de manière experte.

**Suggestion de déroulement :**

- 1. Individuellement : compléter les phrases de la fiche écriture 1. Différenciation : copier un nombre donné d'étiquettes, coller les autres.
- 2. Par binôme : comparaison des réponses, conjectures sur l'origine des réponses différentes (s'il y en a). Seules les réponses des phrases a et e doivent être les mêmes. Pour les autres phrases, les réponses peuvent varier. L'exercice 3 permet de réguler l'activité.
- Mise en commun des réponses identiques constatées (phrases a et e) : est égal à
- Mise en commun des réponses différentes et des conjectures des élèves : *une des réponses est fausse* ou *il y a plusieurs façons de dire la même chose*.
- Conclusion : Faire remarquer que lorsque les nombres ne sont pas égaux (ou différents), l'un est plus grand (ou plus petit) que l'autre.

### Complément : Utiliser la frise pour inventer des phrases pour comparer

Support : Mission 7

Objectifs

- Identifier les constituants d'une phrase simple en relation avec son sens.



- Comprendre le sens des expressions « plus petit que », « plus grand que », « égal à », « différent de ».
- Ecrire une phrase en comprenant le sens.
- Copier de manière experte.

La frise réalisée en guise de réponse à la mission 7 sert d'inducteur pour inventer des phrases comparatives en utilisant les expressions adéquates.

**Suggestion de déroulement :**

Matériel : une bande de papier par binôme, étiquettes avec les écritures des nombres de la mission 7 (rangés en dessous de la frise), une affiche par expression.

Les élèves sont répartis en binôme : chaque binôme devra écrire une phrase avec l'expression demandée sur la bande de papier, en collant deux étiquettes avec les écritures de nombres (en position de sujet et complément).

- Demander que chaque groupe écrive une expression avec « est égal à » sur la bande de papier en choisissant les étiquettes de nombres qui conviennent.
- Afficher les bandes de papier produites. Faire justifier et valider les réponses. Coller les réponses validées sur une affiche avec le titre « Egalités ».
- La même activité sera réalisée avec les expressions « plus petit que » et « plus grand que », dont les réponses validées seront classées sur une affiche avec le titre « Ecritures différentes ».

## FOIRE AUX QUESTIONS

### 1. Pourquoi passer autant de temps sur la notion d'égalité ? N'est-ce pas du temps perdu ?

Les programmes de 2016, avec l'allongement du cycle des apprentissages fondamentaux, donnent une année de plus pour acquérir ces compétences et connaissances. Encore faut-il savoir ce que recouvre ce terme « apprentissages fondamentaux ».

Cette expression, dans les programmes de 2008, semblait davantage désigner les automatismes que les élèves devaient acquérir en mathématiques, se centrant sur les calculs et la dextérité des élèves à les effectuer. Dans les nouveaux programmes, ces apprentissages fondamentaux relèvent aussi du développement de l'esprit, ceux qui sont liés à l'apprentissage même d'une discipline. Ainsi, ces programmes considèrent que le sens lié aux apprentissages des concepts est premier. Ces concepts doivent donc, et il s'agit là d'une injonction, être enseignés en réponse à des problèmes. C'est plus particulièrement le cas de la notion d'égalité.

Le problème que rencontrent les NuméRas justifie l'introduction du concept fondamental d'égalité, concept sur lequel repose toute activité mathématique du début de l'école obligatoire jusqu'aux plus hauts niveaux de la recherche en mathématiques.

Or, ce concept est peu enseigné et, quand il l'est, il n'est pas explicité et apparaît sous la forme d'un signe (=), dont le rôle est essentiellement de déclencher un calcul pour exprimer le membre de gauche sous une forme plus compacte, forme dite canonique.

Si ce sens ne peut être délaissé, il n'est pas fondamental et se déduit du sens plus général que cette unité construit, en totale conformité avec les nouveaux programmes : « L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisés au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations d'action, en relation avec le vocabulaire utilisé »<sup>6</sup>. La rubrique « Nombres et calculs » rappelle que le « sens des symboles =, [...] », doit être consolidé par « les comparaisons [qui] peuvent porter sur des écritures usuelles ou non : par exemple comparer  $8 + 5 + 4$  et  $8 + 3 + 2 + 4$  [...] et en déduire que les deux nombres sont égaux ».

Travailler le sens de l'égalité est donc essentiel et l'enseignant doit y consacrer le temps nécessaire.

### 2. Pourquoi ne pas introduire ici les signes < et > ?

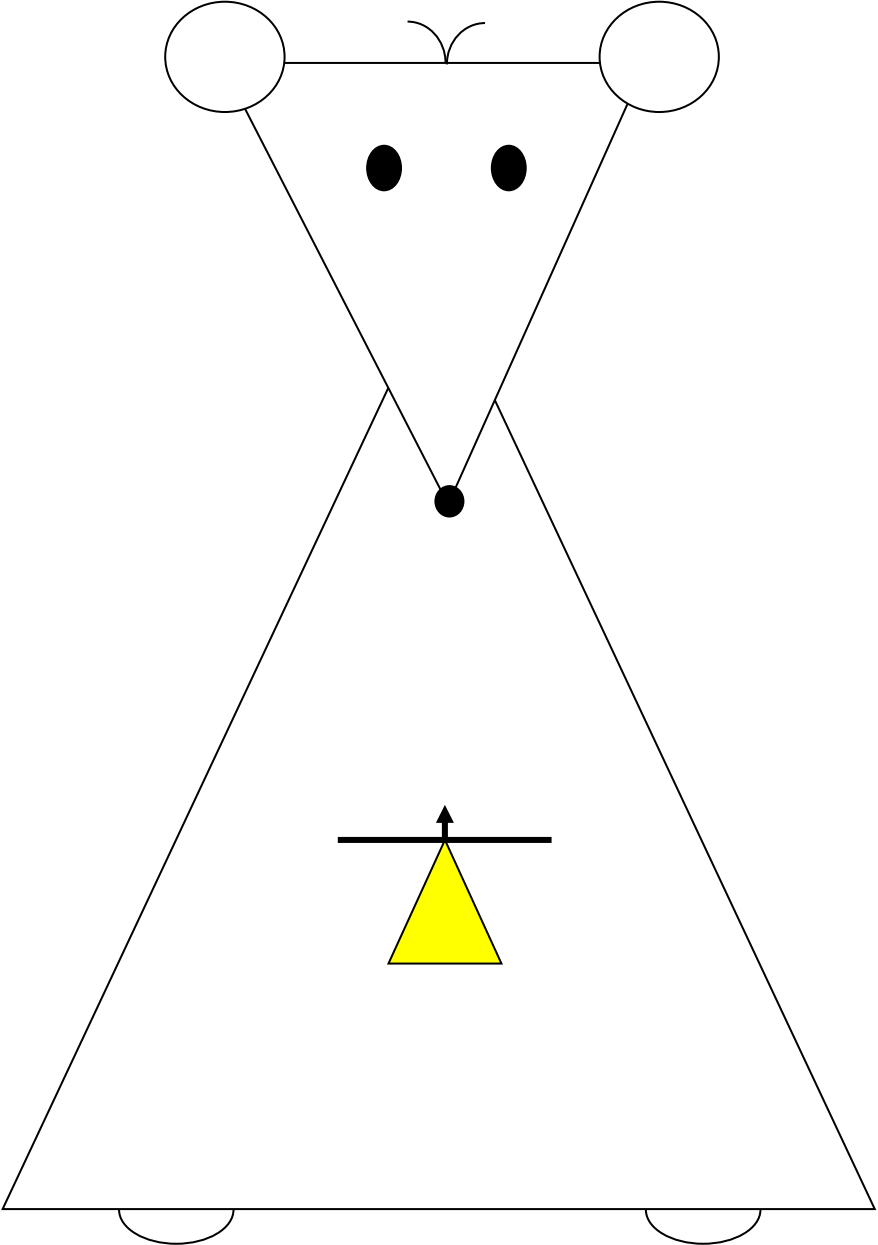
La surcharge prématurée en signes met souvent les élèves les plus en délicatesse avec les mathématiques dans des situations d'échec que l'enseignant s'évertue à résoudre en inventant d'autres signes qui viennent se substituer aux signes conventionnels. L'approche des signes < et >, qui n'a aucun intérêt mathématique à cette période des apprentissages, sera effectuée ultérieurement lorsque ces signes deviendront utiles.

---

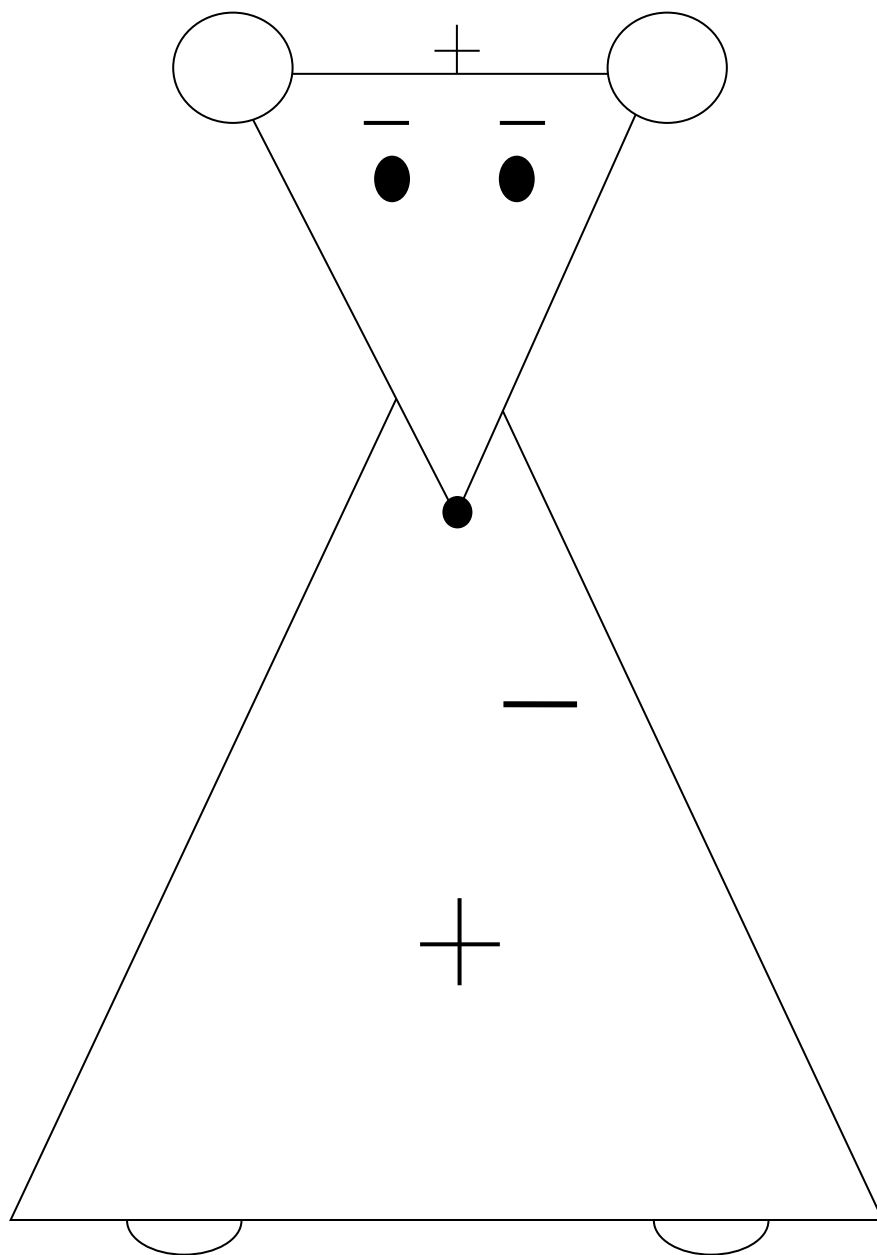
<sup>6</sup> Programmes 2016, préambule de la partie concernant les mathématiques.

**DOCUMENTS**

**1. CompareRa**



## 2. CalculeRa

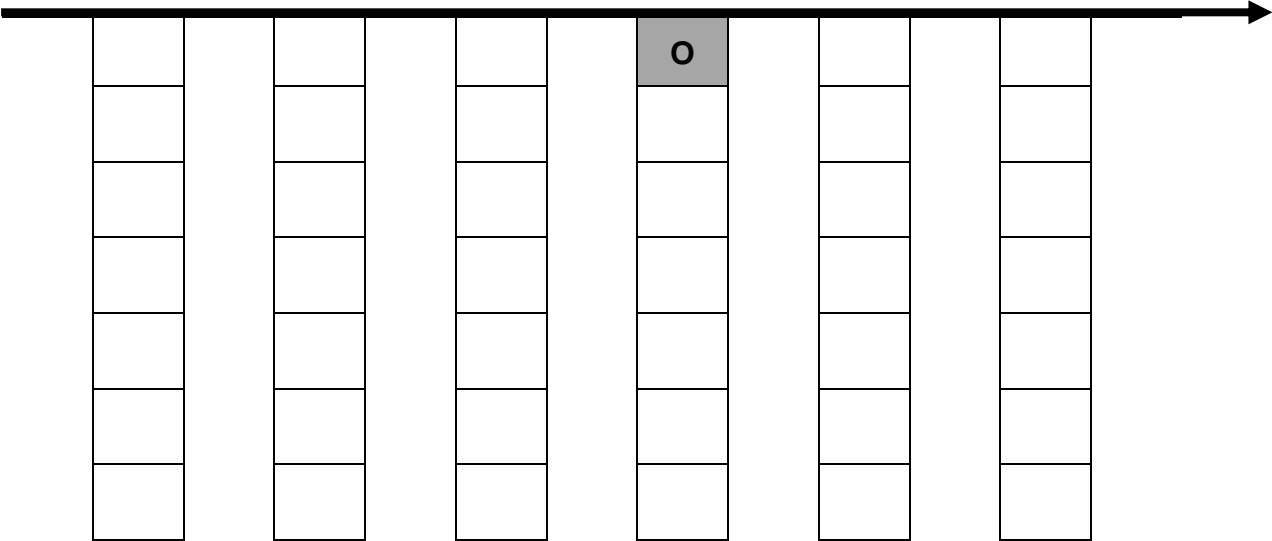


## Document à reproduire pour la Mission 7

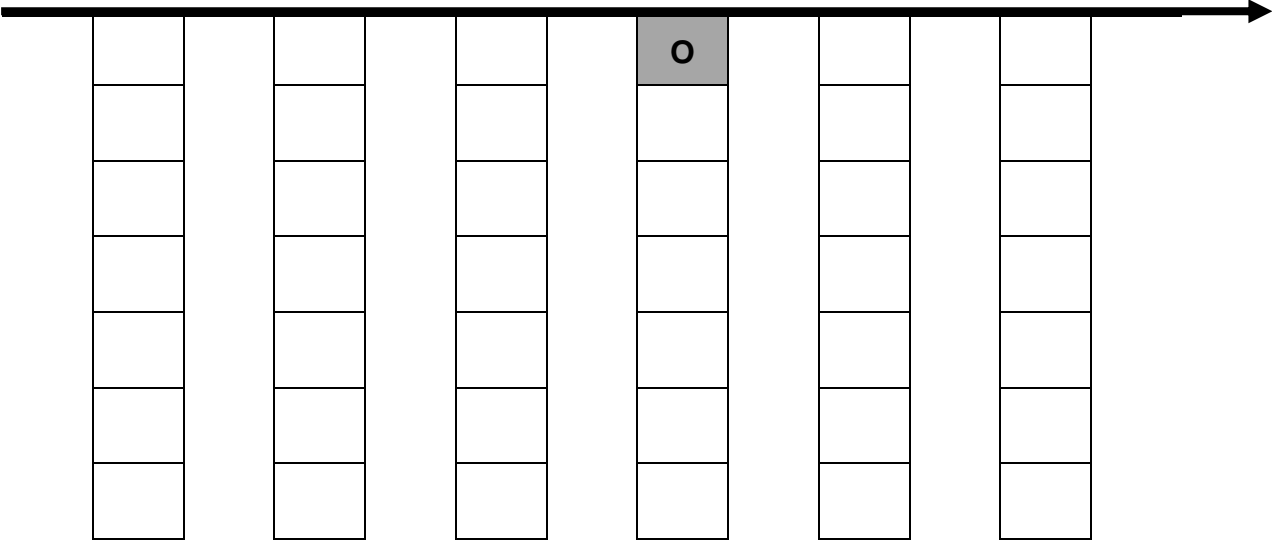
Étiquettes à agrandir et à afficher pour la mission 7, puis à reproduire.

A	$8 + 9 + 1$	B	$8 + 5 + 7$	C	$6 + 5 + 7 + 4$
D	$1 + 9 + 3 + 5$	E	$7 + 6 + 8$	F	$7 + 4 + 3 + 5$
G	$4 + 7 + 8 + 2$	H	$9 + 8 + 5$	I	$4 + 3 + 5 + 6$
J	$4 + 9 + 2 + 5$	K	$9 + 4 + 5 + 1$	L	$7 + 3 + 2 + 6$
M	$6 + 5 + 7 + 3$	N	$8 + 9 + 2$	O	$5 + 8 + 4 + 3$
P	$6 + 9 + 5$	Q	$7 + 6 + 9$	R	$5 + 3 + 6 + 5$
S	$7 + 6 + 5$	T	$5 + 7 + 8 + 2$	U	$2 + 5 + 3 + 9$
V	$8 + 9 + 4$	W	$9 + 7 + 4$	X	$2 + 8 + 1 + 7$
Y	$3 + 7 + 4 + 5$	Z	$3 + 8 + 4 + 5$		

**Axe pour résultats du groupe**



**Axe pour résultats de la classe**



# SOMMAIRE

<b>Objectifs et choix mathématiques</b> .....	<b>1</b>
<b>Histoire, Chapitre 2 : Un nouveau problème pour les NuméRas</b> .....	<b>2</b>
1. Un mot venu de la Terre .....	2
2. Un signe pour égal .....	2
<b>Activités en mathématiques</b> .....	<b>5</b>
Introduction .....	5
Activités suggérées .....	6
Quelles activités mathématiques ? .....	6
Quelles stratégies pour comparer des écritures de nombres et montrer une égalité? .....	7
Quelle place pour les manipulations? .....	8
Quelles traces écrites pour ces missions ? .....	11
Calcul mental .....	11
<b>Déroulement</b> .....	<b>12</b>
Objectifs mathématiques .....	12
Etape 1 : Un mot venu de la Terre .....	12
Etape 2 : Un signe pour égal .....	13
Indications et commentaires à propos des missions .....	15
<b>Missions Complémentaires</b> .....	<b>18</b>
Mission C1 Egalité .....	18
Mission C2 Egalité .....	18
<b>Activité en français</b> .....	<b>19</b>
Lecture .....	19
Lecture 1 : Un mot venu de la Terre .....	19
Lecture 2 : Un signe pour égal .....	20
Autour des mots .....	20
Suggestions de mots à mémoriser .....	20
Collections de verbes fréquents irréguliers .....	21
Mission dictionnaire .....	22
Collections de phrases .....	23
Collections nouvelles .....	23
Collections à compléter .....	24
Ecriture .....	24
Fiche d'écriture : Ecrire des phrases pour comparer .....	24
Complément : Utiliser la frise pour inventer des phrases pour comparer .....	24
<b>Foire aux questions</b> .....	<b>26</b>
<b>Documents</b> .....	<b>27</b>
1. CompareRa .....	27
2. CalculeRa .....	27
Document à reproduire pour la Mission 7 .....	29
<b>Sommaire</b> .....	<b>31</b>