Accompagnement pédagogique Maths chapitre 6

Préliminaire

Ce chapitre poursuit le travail sur les décompositions additives, un des points essentiels des apprentissages mathématiques du CP, en introduisant le signe +, puis le signe -.

Ces deux signes servent à désigner des nombres en association avec les chiffres. A ce stade des apprentissages, les élèves, dans cette méthode, ne connaissent pas l'écriture 13, par contre, ils peuvent écrire 8 + 5 ou 7 + 5 + 1 pour désigner le même sombre que celui désigné par l'écriture 13 qui sera introduite plus tard. Ainsi, écrire 8 + 5 n'impliquent pas de faire un calcul. Les signes + et - ne sont pas des déclencheurs de calculs.

Le signe + qui sert ici à désigner des nombres strictement supérieurs à neuf servira, plus tard à écrire un nombre sous une forme plus pertinente pour effectuer un calcul. Par exemple, il est agréable d'écrire 7 sous la forme 2 + 5 pour effectuer le calcul 18 + 7 qui devient alors 18 + 2 + 5, soit 20 + 5 , d'où le résultat 25. Il s'agit alors de calcul plus réfléchi, plus intelligent.

Le signe – servira surtout, dans un premier temps, à exprimer le résultat d'un problème, sans nécessairement effectuer le calcul. Par exemple : « Anne a 8 + 9 pommes, elle en mange trois. Combien de pommes a-t-elle maintenant ? Peut avoir comme réponse : *Maintenant, Anne a 8 + 9 – 3 pommes*, que les élèves peuvent aussi écrire, comme le feraient les NuméRas à ce stade : « *Maintenant, Anne a 8 + 6 pommes* ». Réponse exacte quoique inhabituelle.

A propos de problèmes : il est nécessaire d'attirer très tôt l'attention des élèves sur le fait que la présence du mot *plus* dans l'énoncé ne conduit pas à utiliser le signe + pour exprimer le résultat (une fois sur deux, selon la manière dont le texte de l'énoncé a été rédigé). De même, la présence du mot *moins* n'implique pas de devoir utiliser le signe -. Là encore, une fois sur deux, selon la manière dont le texte de l'énoncé a été rédigé

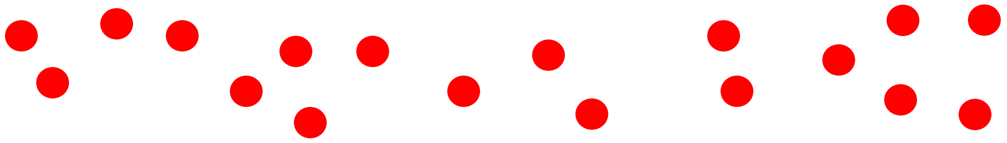
Il en est de même pour les verbes *perdre, gagner, augmenter, diminuer, monter, baisser*, etc.

Les problèmes proposés le montreront.

Nous proposons en fin de cet accompagnement du chapitre 6 une brève présentation de différents types de problèmes additifs qui relèvent des apprentissages mis en place dès le CP et qui se poursuivront tout au long du cycle, ainsi que quelques outils qui peuvent être utiles aux élèves en résolution de problèmes.

Un nouveau signe et un nouveau mot

Mission 5 : **Raccourcir des désignations additives de nombres**



Aide le GIN à écrire une commande la plus courte pour libérer les RaZeds représentés par les ronds ci-dessus.

Nous commandons 9 + 8 + 1 boites de KisKas.

Les commandes les plus courtes sont celles qui utilisent le moins de signes +. Elles sont obtenues en utilisant les plus grands possibles. Il faut donc commencer par 9, mais en tenant compte des contraintes des personnages (dont on s'affranchira plus tard), on ne peut pas utiliser une seconde fois le 9, on prend donc le 8 et on complète. D'où une première réponse : 9 + 8 + 1 .

Avec votre enfant, vous pouvez prolonger ce travail en cherchant toutes les commandes les plus courtes ;

Les suivantes sont : 8 + 7 + 3 ? 7 + 6 + 5.

Après, les commandes sont plus longues comme 6 + 5 + 4 + 3.

<u>Mission 6</u> : Décomposer additivement (3)

Ecris de trois manières différentes les nombres donnés.

Il y a d'autres solutions. Vérifie avec des petits objets.

Avec votre enfant, vous pouvez prolonger ce travail en cherchant toutes les solutions possibles en respectant les contraintes des NuméRas. Sinon, il y en aurait beaucoup trop.

1+2+3	s'écrit aussi 1 + 5
1+2+3	s'écrit aussi 6
1+2+3	s'écrit aussi 3 + 3

2+3+4	s'écrit aussi 3 + 7
2+3+4	s'écrit aussi 5 + 4
2+3+4	s'écrit aussi 9

4+1+2	s'écrit aussi 3 + 2 + 2
4+1+2	s'écrit aussi 5 + 2
4+1+2	s'écrit aussi 7

Mission 10 : Décomposer additivement (7)

Ecris 6 + 5 de six manières différentes.

Il y a d'autres solutions. Vérifie avec des petits objets.

Mêmes commentaires que pour la mission 6.

6 + 5	s'écrit aussi 5 + 6
6 + 5	s'écrit aussi 4 + 7
6 + 5	s'écrit aussi 3 + 8
6 + 5	s'écrit aussi 2 + 9
6 + 5	s'écrit aussi 9 + 2
6 + 5	s'écrit aussi 8 + 3

Un autre signe et un autre mot

Mission 11 : Résoudre un problème additif partie-tout

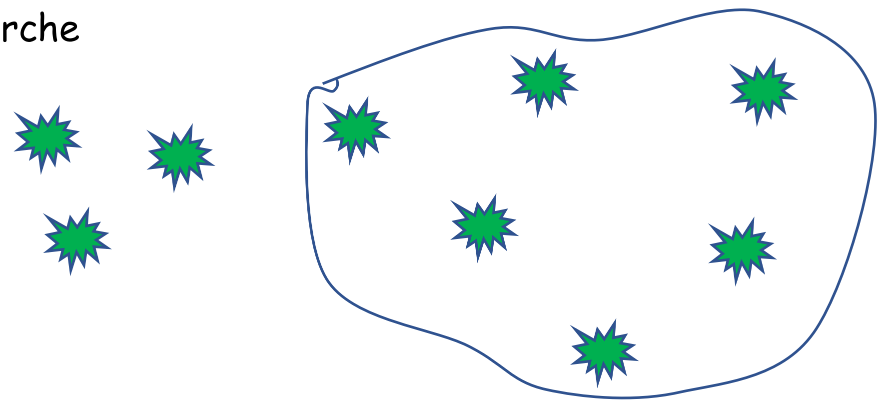
Dans un verger, il y a neuf arbres, uniquement des pommiers et des poiriers. Il y a six pommiers. Combien y a-t-il de poiriers ?

1. Ecris ta phrase réponse à trou.

Il y a ___ poiriers dans le verger.

Tu peux représenter tous les arbres : puis tu entoures les six pommiers. Tu dénombres ensuite les autres arbres qui sont les poiriers. Puis tu complètes ta phrase réponse avec 3.

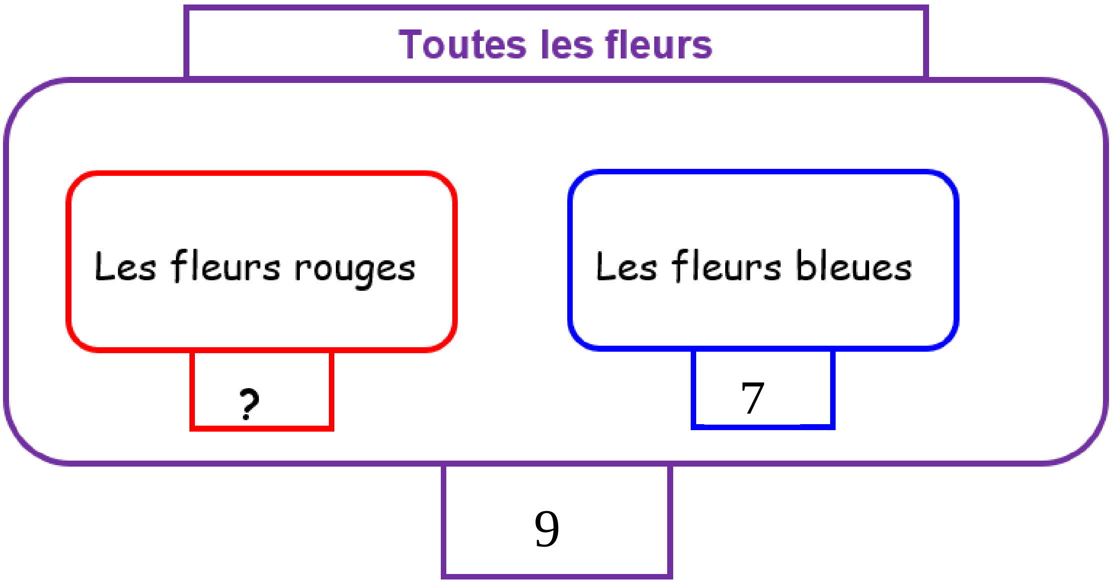
2. Recherche



Un schéma général permet de modéliser tous ces problèmes dits problèmes partie-tout. Illustrons-le par le problème suivant :

Dans un vase, il y a 9 fleurs en tout, seulement des rouges et des bleues. Il y a 7 fleurs bleues. Combien y a-t-il de fleurs rouges dans le vase ?

L'astuce de FaciliteRa pour réussir des missions



CompareRa écrit les comparaisons suivantes

Il y a moins de fleurs rouges que de fleurs en tout.
Il y a moins de fleurs bleues que de fleurs en tout.
Il y a plus de fleurs que de fleurs bleues. Il y a plus de fleurs que de fleurs rouges.

CalculeRa t'indique trois calculs importants

Le nombre de fleurs rouges est 9 – 7 (pour le savoir, on enlève toutes les fleurs bleues). Il y a 2 fleurs rouges.
Le nombre de fleurs bleues est 9 – 2.
Le nombre de fleurs en tout est le nombre de fleurs bleues plus le nombre de fleurs rouges. Il y a 7 + 2 fleurs en tout.

EgaleRa t'indique trois égalités très importantes liées au schéma de FaciliteRa

7 + 2 = 9 ; 9 – 2 = 7 ; 9 – 7 = 2

Vous pouvez utiliser, faire utiliser ce schéma, en accompagnant votre enfant dans tous les problèmes de ce type. Vous pouvez le reprendre pour la mission 11 .

« Toutes les fleurs » devient « Tous les arbres »
« Les fleurs bleues » deviennent « Les pommiers »
« Les fleurs rouges » deviennent « Les poiriers ».

Mission 15 : **Résoudre un problème additif à une transformation**

Ce matin, Heloïse avait neuf pommes dans son panier. Elle a mangé trois pommes pendant la journée. Combien de pommes a-t-elle ce soir dans son panier ?

Les problèmes comme celui-ci sont appelés des problèmes à transformation parce qu'une grandeur change en fonction du temps qui s'écoule. Une difficulté majeure réside dans l'expression des variations du temps dans l'énoncé, ce qui détermine trois périodes (une période dite « initiale » qui correspond à la valeur de la variable avant la transformation, suivie de la période de la transformation, celle ou la variable change de valeur avant, elle-même suivie de la période dite « finale », celle qui suit la transformation pour laquelle la variable prend sa valeur dite finale).

Dans cet énoncé, les trois périodes apparaissent dans l'ordre chronologique, ce qui le rend « simple », ce qui n'est pas toujours le cas.

Pour résumer :,

période initiale : *ce matin*, valeur initiale de la variable : 9

période de la transformation : *pendant la journée*, transformation : Héloïse mange trois pommes

période finale : *ce soir*, valeur finale de la variable : à déterminer.

Cette valeur est : 9 – 3 qui correspond logiquement au fait de manger trois pommes. Il y a donc 3 pommes de moins dans le panier. D'où la réponse : Ce soir, Héloïse a six pommes dans son panier.

1. J'écris ma phrase réponse à trou.

Ce soir, Héloïse a ___ pommes dans son panier.

2. Je surligne dans chaque phrase les mots qui répondent à la question « quand ? ».

3. Je relie pour former des phrases justes.

Héloïse a le plus de pommes • • le soir.

Héloïse a le moins de pommes • • le matin.

4. Je réponds à la question du problème en complétant ma phrase réponse à trou par 9 – 3, donc par 6.

Mission 18 : **Résoudre un problème additif à une transformation**

Jeudi, Karima a six livres. Mercredi, elle en avait donné deux à son amie. Combien avait-elle de livres mardi ?

Dans cet énoncé, le temps intervient. La variable observée est le nombre de livres de Karima. Cette valeur change en fonciton du temps. Contrairement à l'énoncé précédent, les périodes ne sont plus données dans l'ordre chronologique dans l'énoncé. Pour bien se représenter la situation, il convient que l'enfant représente ces périodes dans l'ordre chronologique. Un axe des temps pourrait y aider.

L'énoncé peut se traduire de la manière suivante où la flèche désigne le sens de de l'écoulement du temps.

Combien de livre a Karima ?	Karima donne 2 livres à son amie.	Karima a 6 livres.
Mardi	Mercredi	Jeudi

Interroger une telle représentation, permet de résoudre le problème. La question à se poser est : « Karima a-t-elle plus de livres mardi ou jeudi ? ».

Le fait d'en donner deux mercredi, permet d'affirmer qu'elle avait plus de livres mardi. Le nombre de livres de Karima mardi est donc 6 + 2, soit 8. Les élèves sont souvent tentés d'écrire 2 – 6 ou 6 – 2, écriture faussement induite par le sens du verbe donner qui incite à faire une soustraction, ce qui est souvent faux.

Entrainer votre enfant à utiliser ce genre de représentation lui permettra de progresser en résolution de problèmes. Ce qui impose un entrainement au repérage des périodes dans l'énoncé, d'où l'importance de les faire surligner.

1. J'écris ma phrase réponse à trou

Mardi, Karima avait ___ livres.

2. Je surligne dans chaque phrase les mots qui répondent à la question « quand ? ».

3. Je relie pour former des phrases justes.

Jeudi, • • Karima a le plus de livres.

Mardi, • • Karima a le moins de livres.

4. Je réponds à la question du problème en complétant ma phrase réponse à trou par 6 + 2 donc par 8.

Remarque : dans l'énoncé, le verbe est « donné » et il faut faire une addition !

QUELQUES TYPES DE PROBLEMES ADDITIFS PROPOSER DES LE CP ?

Quels types de problèmes additifs élémentaires ?

Nous distinguons dans un premier temps deux types de problèmes : ceux dans lesquels le temps n'intervient pas et ceux dans lesquels le temps intervient. Lorsque le temps n'intervient pas, il peut s'agir de problèmes dits « partie-tout », comme celui de la mission 15 ou de problèmes de comparaison. Les problèmes dans lesquels le temps intervient sont ceux dans lesquels quelque chose varie en fonction du temps. On parle de problèmes à transformation.

A chacun de ces trois types de problèmes, on peut associer des représentations différentes, représentations pouvant aider à la résolution du problème. Nous développons ces points ci-après.

Quelle stratégie de résolution de problème développer ?

Première étape, valable pour tous les types d'énoncés

La première question que l'élève doit donc se poser est « **Qu'est-ce que je cherche ?** ».

Cette question renvoie à la lecture de l'énoncé et, dans un premier temps, à repérer la partie dite « injonctive » de l'énoncé qui peut être formulée de deux manières différentes[1]:

- « Trouve le nombre de billes de Luc à midi. » Cette forme ne comporte pas de question et n'est pas repérable facilement par la présence d'un point d'interrogation.
- « Combien de billes Luc a-t-il à midi ? », injonction facile à repérer du fait de la présence du point d'interrogation.

On pourra donc entrainer l'élève à surligner ou souligner la partie dite « injonctive » de l'énoncé. Puis, afin qu'il ne perde pas de vue ce qu'il cherche, il est essentiel de l'amener à écrire sa phrase réponse à trou comme par exemple : « A midi, Luc a ___ billes.

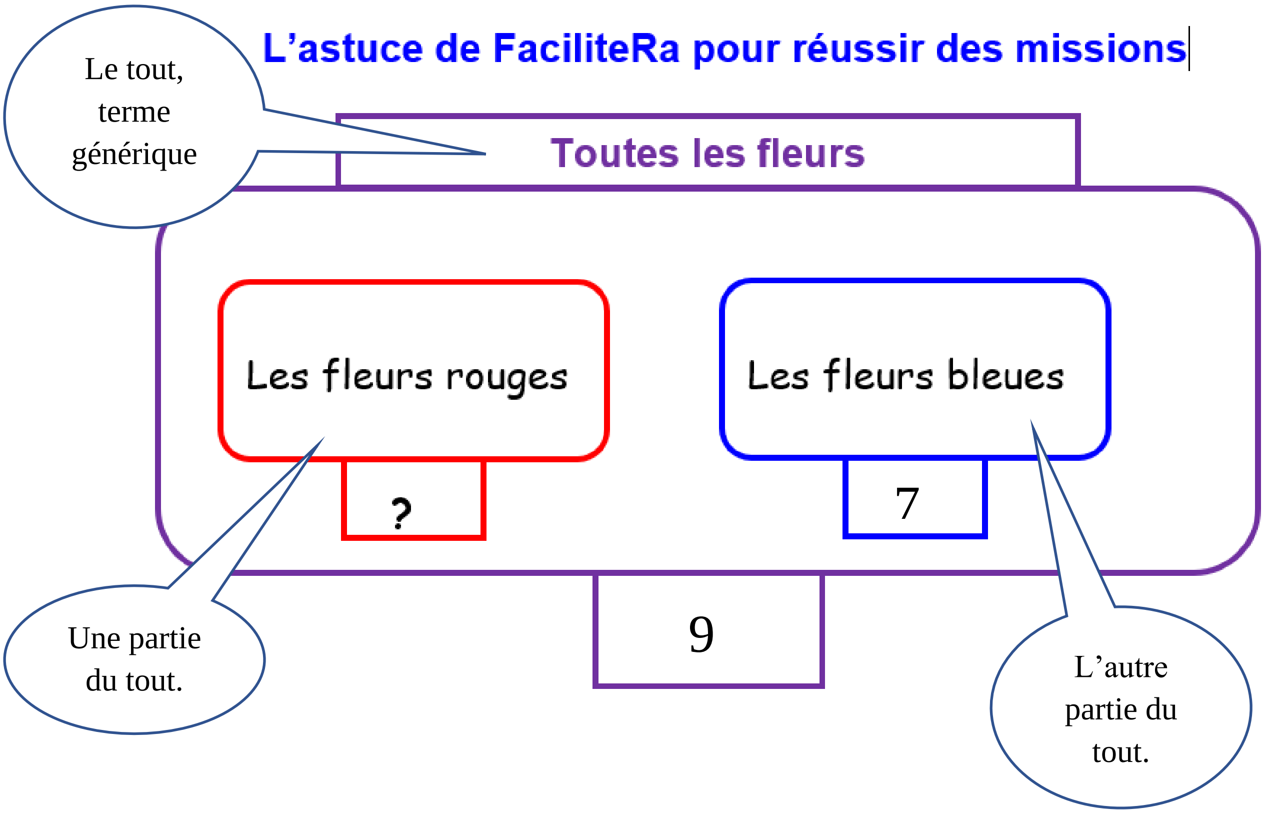
Deuxième étape : distinguer le type d'énoncé

La question que l'élève doit donc se poser est **« Est-ce-que le temps intervient ?** »

Si la réponse est négative, une autre question se pose : Est-ce un problème de type partie-tout ou un problème de comparaison ? Selon la réponse, on pourra activer une représentation graphique ou une autre.

[1] les exemples suivants ne sont pas exhaustifs, on peut aussi avoir des questions du type « Qui a le plus de pommes ? ou « Quand Pol a le plus de livres ?, etc.

Représentation pour les problèmes partie-tout (voir mission 11)



Note :

Exprimer le tout hyperonyme	**Exprimer une première partie** hyponyme	**Exprimer la deuxième partie** hyponyme
arbres	poirier	pommier
fruits	poire	pomme
légumes	carotte	navet
figures géométriques	triangle	rectangle
jouets	poupée	voiture
couverts	cuillère	fourchette
Etc.		

Dans ces problèmes, on peut demander de trouver

- le nombre d'éléments du tout quand on connait les parties (addition),
- le nombre d'éléments d'une partie quand on connait le nombre d'éléments du tout et de l'autre partie (soustraction).

Représentations pour les problèmes de comparaison

La mission 10 du chapitre 4 fournit un exemple d'un tel problème.

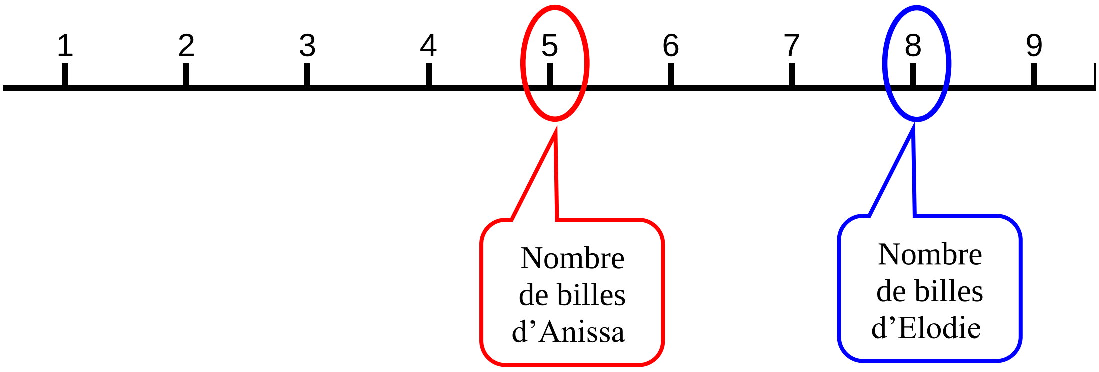
Anissa a 3 billes de moins qu'Elodie. Anissa a 5 billes. Combien de billes a Elodie ?

1. Ecrire la phrase réponse à trou :

Elodie a ___ billes.

Voici comment utiliser deux représentations possibles.

Utiliser une première représentation possible : **la frise numérique**.



a) Je représente sur la frise ce que je sais : Anissa a cinq billes. J'entoure le cinq et j'écris une légende.

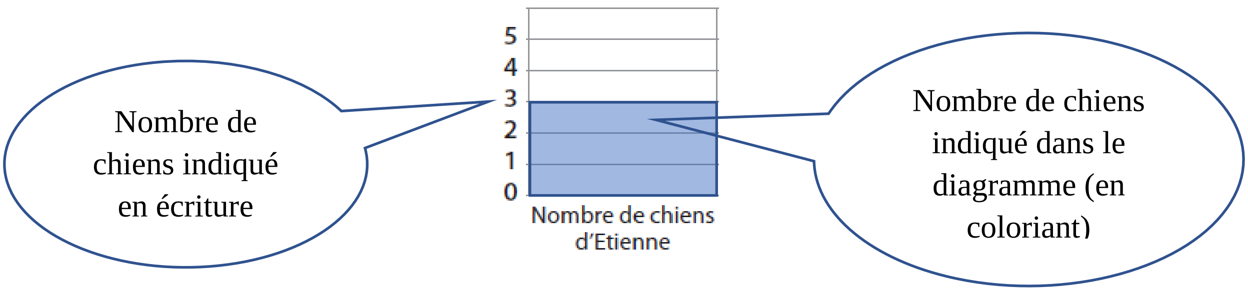
b) Je peux reformuler la phrase : « Anissa a 3 billes de moins qu'Elodie. », pour trouver une phrase qui ressemble à la phrase réponse, qui commence par Elodie. Ce qui donne : « Elodie a 3 billes de plus qu'Anissa. »

c). Je représente ces billes sur la frise en ajoutant les 3 billes à celles d'Anissa.

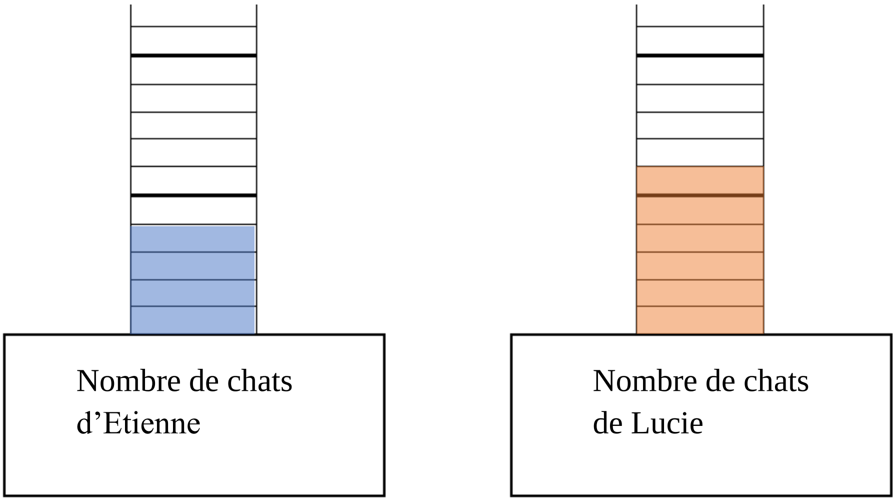
Je complète ma phrase réponse à trou qui devient : Elodie a 8 billes.

Utiliser une deuxième représentation possible : **les diagrammes**

Tout nombre peut se représenter par un diagramme comme ci-dessous qui représente le nombre de chiens d'Etienne. Etienne a trois chiens.



Ces diagrammes permettent de représenter visuellement des comparaisons comme ci-dessous :



Ce **seul diagramme** correspond à de **nombreuses représentations de la même situation en français,** comme par exemple :

- Lucie a 6 chats et Etienne a 4 chats.
- Lucie a 6 chats, elle a 2 chats de plus qu'Etienne.
- Lucie a 6 chats, Etienne a 2 chats de moins que Lucie.
- Lucie a 2 chats de plus qu'Etienne, Etienne a 4 chats.
- Lucie a 2 chats de plus qu'Etienne. Lucie a 6 chats.
- Etienne a 2 chats de moins que Lucie, Etienne a 4 chats.
- Etienne a 2 chats de moins que Lucie. Il en a 4.
- Etienne a 4 chats. Lucie a 2 chats de plus qu'Etienne.
- Etienne a 4 chats, il en a 2 de moins que Lucie.
- A eux deux, Etienne et Lucie ont 9 chats, Lucie a 2 chats de plus qu'Etienne.
- A eux deux, Etienne et Lucie ont 9 chats, Etienne a 2 chats de moins que Lucie, etc.

Chacune de ces représentations de la situation en langue (sauf la première) peut être transformée en un énoncé de problème, par l'ajout d'une question sur la donnée manquante (le nombre de chats d'un des personnages) ou encore, et le problème est alors à deux étapes, sur le nombre total de chats qu'ils ont à eux deux. Ces énoncés ne présentent pas tous le même degré de difficulté.

L'unicité de la représentation sous forme de diagramme d'une situation que l'on pourrait dire « simple », opposée à la multitude de représentations en français de la même situation, représentations présentant souvent des difficultés langagières, milite en faveur d'un travail systématique consistant à représenter la situation donnée par un diagramme.

On ne saurait donc qu'encourager un travail dans ce sens, travail qui peut souvent prendre appui sur la reformulation des comparaisons en langue française.

Illustrons ce travail de résolution de problème sur le même énoncé que précédemment.

La situation de la mission 10 du chapitre 4 peut aussi se représenter par un diagramme analogue.

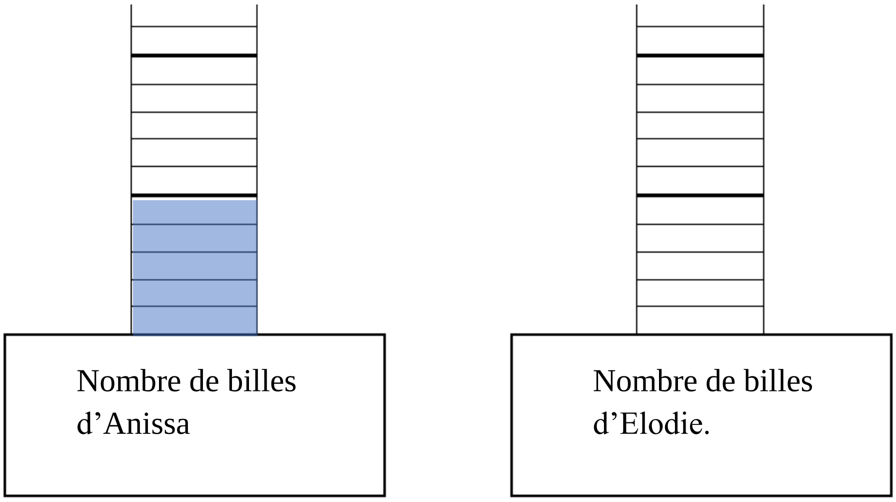
Anissa a 3 billes de moins qu'Elodie. Anissa a 5 billes. Combien de billes a Elodie ?

1. Ecrire la phrase réponse à trou :

Elodie a ___ billes.

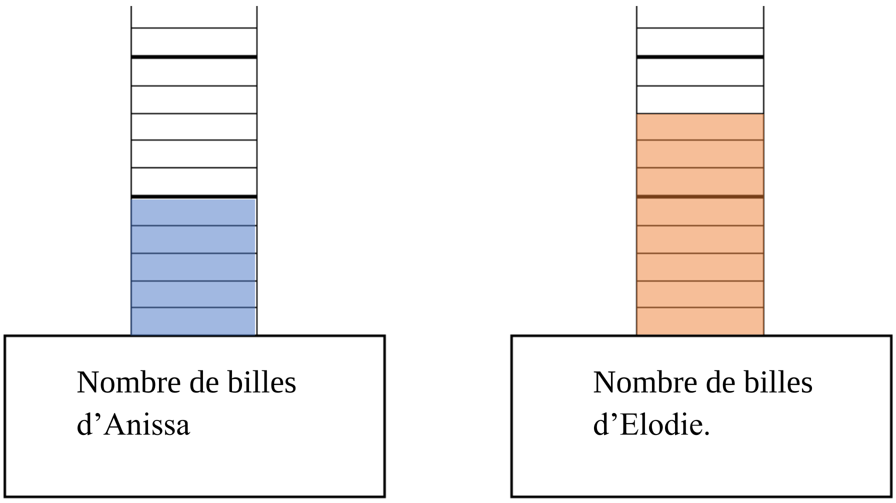
2. Représenter ce que l'on sait de la situation dans le diagramme :

Anissa a 5 billes.



3. Interroger le graphique

On peut maintenant interroger graphiquement la phrase de l'énoncé « Anissa a 3 billes de moins qu'Elodie. » en se posant des questions comme « la colonne d'Anissa est-elle plus haute ou plus basse que la colonne d'Elodie ? » Puisqu'Anissa a trois billes de moins, sa colonne est moins haute. La colonne d'Elodie est donc plus haute. De combien ? De trois. On reporte ces trois en plus sur diagramme et on obtient le résultat : Elodie a 8 billes.



Quelques énoncés supplémentaires

1. Anne a 2 billes de plus que Karim. Anne a 7 billes.
Combien de billes a Karim ?

2. Pol a 4 balles de moins que Lucie. Pol a 5 balles.
Combien de balles a Lucie ?

3. Karim a 2 billes de moins qu'Anne. Anne a 7 billes.
Combien de billes a Karim ?

4. Lucie a 4 balles de plus que Pol. Pol a 5 balles.
Combien de balles a Lucie ?

Représentations pour les problèmes à transformation

L’énoncé suivant est un exemple de problème à transformation (mission 18)

Jeudi, Karima a six livres. Mercredi, elle en avait donné deux à son amie. Combien avait-elle de livres mardi ?

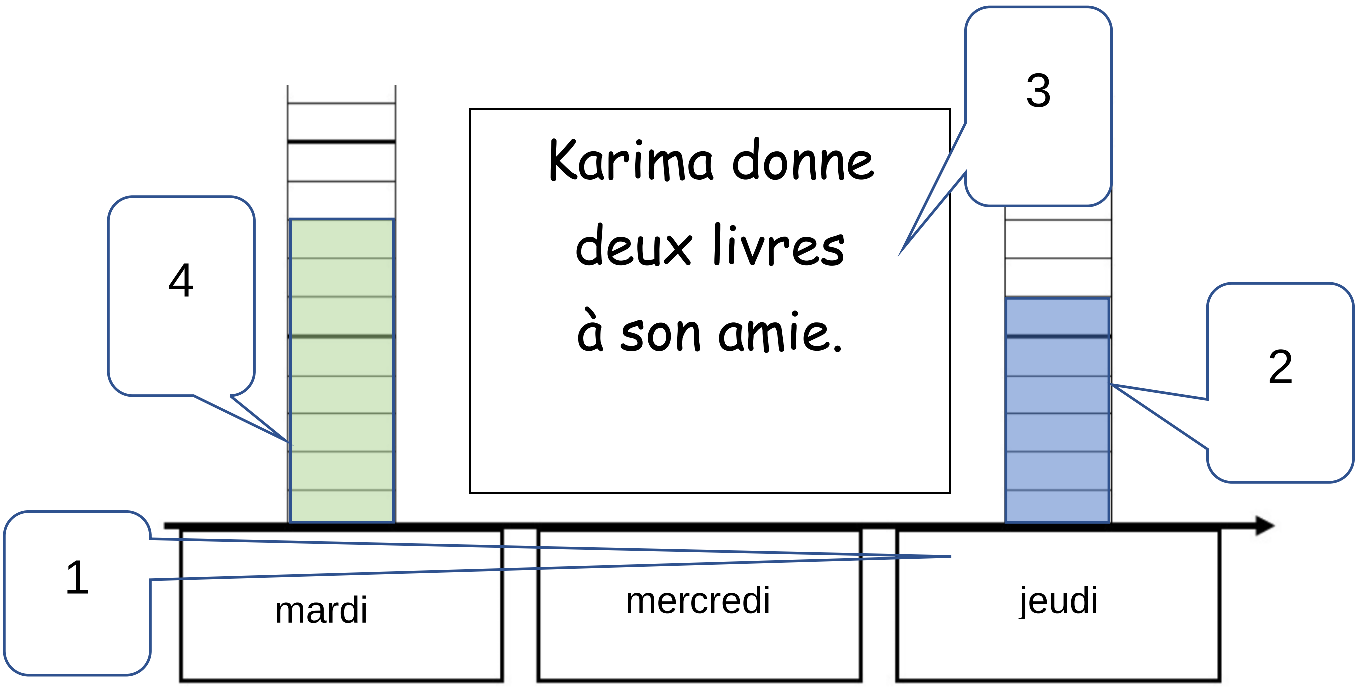
Dans ce problème, le temps intervient. Les périodes sont clairement marquées par les noms des jours de la semaine.

La représentation graphique doit donc faire intervenir un axe des temps, comme dans le corrigé précédent.

On peut utiliser la représentation ci-dessous, mais elle manque d’impact visuel.

Combien de livre a Karima ?	Karima donne 2 livres à son amie.	Karima a 6 livres.
Mardi	Mercredi	Jeudi

On peut aussi croiser les représentations en diagrammes et cette forme, ce qui conduit à la représentation suivante (les bulles indiquent l’ordre dans lequel on remplit le diagramme) :



Il faut maintenant interroger le graphique et se demander si Karima a plus de livre mardi ou jeudi. La réponse est « jeudi ». Autre question : « combien de plus ? ». Réponse : 2. On remplit alors la première colonne.

ET SURTOUT, **on VERIFIE** en lisant sur la graphique l’histoire et en refaisant les calculs.

Pourquoi un tel graphique est-il une aide à la résolution de problèmes ?

La difficulté majeure pour les élèves de cycle 2 est la compréhension des énoncés de problèmes. De même que pour les problèmes de comparaison, il existe une très grande variété d'énoncés possibles pour les problèmes à transformation.

Cette grande variété est pour une grande partie due aux permutations possibles de l'énoncé des données en fonction des différentes périodes.

Reprenons l'énoncé : Jeudi, Karima a six livres. Mercredi, elle en avait donné deux à son amie. Combien avait-elle de livres mardi ?

et formulons quelques autres énoncé possibles, attachés à la même histoire (traduite de manière unique par le graphique).

Problème 1 : Mardi, Karima a huit livres. Mercredi, elle en donne deux à son amie. Combien de livres a-t-elle jeudi ?

Problème 2 : Mardi, Karima a des livres. Mercredi, elle en donne deux à son amie. Jeudi, elle a six livres. Combien de livres avait-elle mardi ?

L'élève peut résoudre le problème de la manière suivante :

Il écrit 8, le verbe donner lui fait penser au signe -, il écrit donc 8 -, Karima donne deux livres, l'élève poursuit en écrivant 8 – 2. Il obtient le résultat juste 6 et conclut : *Jeudi, Karima a six livres.*

Dans ce cas l'élève a traité les données dans l'ordre dans lequel elles apparaissent dans l'énoncé et a associé le signe - au verbe « donner ». On peut se de mander si l'élève n'obéit pas dans ce cas à des automatismes, qu'Oliver Houdé appelle des « heuristiques », des habitudes automatiques mises en place par les élèves et qui bien souvent fournissent des résultats corrects.

L'élève sera de plus conforté dans sa manière de faire qu'il sera peu confronté à des énoncés de problèmes dans lesquels le signe à associer au verbe « donner » sera le signe +.

C'est le cas du problème 2 qui se résout en écrivant au choix une des deux égalités suivantes :

___ - 2 = 8 ou 6 + 2 = ___ (égalités équivalentes).

La représentation graphique et la compréhension par l'élève de son fonctionnement lui permet de visualiser la situation décrite et le conduit à ce que l'on appelle communément « le bon choix de l'opération ».

En résumé, la réponse à la question du titre « Quelques types de problèmes additifs proposer dès le CP ? » est : surtout poser des énoncés variés qui n'induisent pas d'automatismes (gérer les données dans l'ordre de leur énonciation et associer automatiquement un signe à un verbe).

Quelques énoncés supplémentaires

1. Pendant la récréation, Luc joue aux billes et perd 5 billes. Après la récréation, il lui reste 2 billes. Combien de billes avait-il avant la récréation ?

2. Pendant la récréation, Luc joue aux billes et gagne 2 billes. Après la récréation, il a 6 billes. Combien de billes avait-il avant la récréation ?