

Encodage, décodage de déplacements
Mesure des longueurs
Construction de figures élémentaires

OBJECTIFS ET CHOIX MATHÉMATIQUES

Du point de vue des concepts, cette unité vise les objectifs suivants :

- introduire **la notion de mesure des longueurs**,
Ce concept déjà introduit dans l'unité précédente, par la notion de distance entre deux points n'a pas été institutionnalisé. Il est repris dans le cadre d'une situation qui va imposer d'avoir recours non à des pas pour mesurer des longueurs, mais à des multiples d'une unité légale unique, reconnue de tous.
- introduire la notion conventionnelle d'**unité de longueur** (le mètre),
- **estimer** des longueurs (valeurs approchées d'une mesure),
- consolider la notion d'**encadrement d'une longueur** par deux autres,
- apprendre à **repérer** un **trajet** sur un **quadrillage**,
- apprendre à **repérer** des **points** à l'intersection des lignes d'un quadrillage,
- apprendre à **repérer** des **cases** sur un quadrillage,
- apprendre à suivre un **algorithme** de construction d'un chemin sur un quadrillage (« marcher » sur les lignes),
- apprendre à **encoder** un chemin sur un quadrillage,
- apprendre à écrire un **algorithme** de construction d'un rectangle,
- apprendre que **tout carré est un rectangle** (obtenu par optimisation),
- apprendre à différencier un carré d'un rectangle non carré.

Du point de vue des compétences, cette unité vise les objectifs suivants :

- **représenter**,
- **modéliser**,
- **mesurer** des longueurs, et surtout, **encadrer des mesures** de longueurs,
- **optimiser**,
- poursuivre les entraînements à la **résolution de problèmes** et de **problèmes ouverts**.

ACTIVITES EN MATHEMATIQUES

Introduction

Cette unité introduit, sous forme ludique, les déplacements sur des quadrillages, leurs encodages et décodages. C'est à partir de situations de jeux (pour les NuméRas), de jeux à reproduire en situation réelle dans la cour de l'école ou dans la nature, que vont se poser certains problèmes dont l'encodage d'un trajet réel (c'est-à-dire dans la nature).

Encoder un trajet repose en effet sur la communication et suppose des normes bien définies. Concernant les longueurs : que signifie par exemple un encodage en nombre de pas ? Celui-ci dépend de l'enjambée de la personne qui encode et ne pourra pas se transmettre aisément à un autre. Que signifie encoder avec un bâton ? Cela convient si tout le monde utilise le même bâton, mais trouve ses limites si le bâton ne peut se transmettre d'une personne à l'autre. Il est donc nécessaire d'étalonner les bâtons, de décider arbitrairement que telle longueur est une longueur étalon. C'est ce que font les NuméRas dans ce chapitre.

Mais ce mètre, bâton non gradué a ses limites qu'il convient de franchir pour mesurer ou plutôt **encadrer** des mesures qui ne peuvent s'exprimer en nombre entier de mètres. Le mètre est donc gradué en décimètres, puis en centimètres afin de permettre des encadrements bien plus précis des mesures. Il pourra par la suite être divisé en millimètres, après l'unité 9 dans laquelle est introduit la désignation *mille*.

Manipulations en géométrie

La géométrie, littéralement, *mesure de la Terre*, ne peut être abordée comme une leçon de choses, dans la classe, sur le papier. La géométrie nécessite d'être réellement vécue comme activité essentielle à la construction des mathématiques, partant du terrain, puis conduisant à des représentations dans un espace intermédiaire, celui de la feuille de papier, du cahier, du livre, pour aller ensuite vers les concepts abstraits qu'elle définit.

Mesurer est une activité essentiellement approximative. Il est en effet impossible de mesurer la longueur exacte d'un mur, d'une table, d'un cahier. Les mesures sont tributaires des instruments de mesure et ne permettent que des encadrements. La longueur d'un mur n'est jamais exactement de 8 mètres, d'ailleurs les normes de construction indiquent une erreur de mesure maximale pour la longueur d'un mur, pour la verticalité d'un mur, etc. C'est dans cet esprit que les mesures des longueurs sont abordées dans cette unité : on encadre les mesures de mieux en mieux, de manière de plus en plus précise, en fonction des besoins qui apparaissent (au fur et à mesure de la lecture de la fiction par exemple).

Si un architecte peut prévoir que la longueur d'une pièce sera de 5 m, sa précision théorique n'est jamais réalisée parfaitement et la mesure du mur une fois réalisé en peut s'exprimer que par un encadrement.

Il est donc nécessaire de faire manipuler les élèves pour **estimer** des longueurs en extérieur, au mètre près, puis peut-être au décimètre près, puis estimer, en intérieur, des longueurs de pièces au décimètre près puis des longueurs des côtés d'un cahier au centimètre près. La **longueur** s'exprimant alors par un **encadrement**. Le fait d'exprimer d'abord au mètre près, puis au dm près puis au cm près (pour un objet tel qu'un livre) permet à l'élève de visualiser ces encadrements et de se rendre compte qu'il faut découper de plus en plus finement un mètre pour approcher une mesure... jusqu'à l'impossible. Il s'imprègne aussi des ordres de grandeurs des mesures de différents objets.

Cependant, dans les problèmes, on donnera des longueurs (qui ne sont pas alors mesurées), telles qu'elles ont été prévues par le constructeur (la longueur de la pièce est de 5 mètres, sa largeur est de 4 mètres), sinon, en donnant les mesures avec des encadrements, les opérations de calcul deviennent vite compliquées. La situation ainsi décrite n'est plus la réalité, mais une modélisation de la réalité, le travail proposé ne s'effectue pas « sur le terrain », mais dans l'espace représenté qui fait alors abstraction des mesures réelles. Ce type d'expression se trouvera par exemple dans quelques missions.

Précision terminologique : l'expression « tourner à droite » signifie « tourner d'un angle-droit à droite (sans avancer) ». Cette expression sera dévolue aux élèves lors d'activités dans la cour avec une boussole. « Tourner à droite » quand on marche vers le Nord signifie s'orienter maintenant vers l'Est, etc.

Unités de mesures

On rappelle que

$$\begin{aligned}1 \text{ m} &= 10 \text{ dm} \\1 \text{ m} &= 100 \text{ cm} \\1 \text{ dm} &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

Note : Toutes les unités de mesure seront structurées en fin d'unité 9 dans la *Lettre du labo* n°9.

Matériel

L'enfant réalisant les tâches proposées à la maison doit disposer d'une règle graduée et d'un mètre gradué (ruban, enroulé, pliant, etc.)

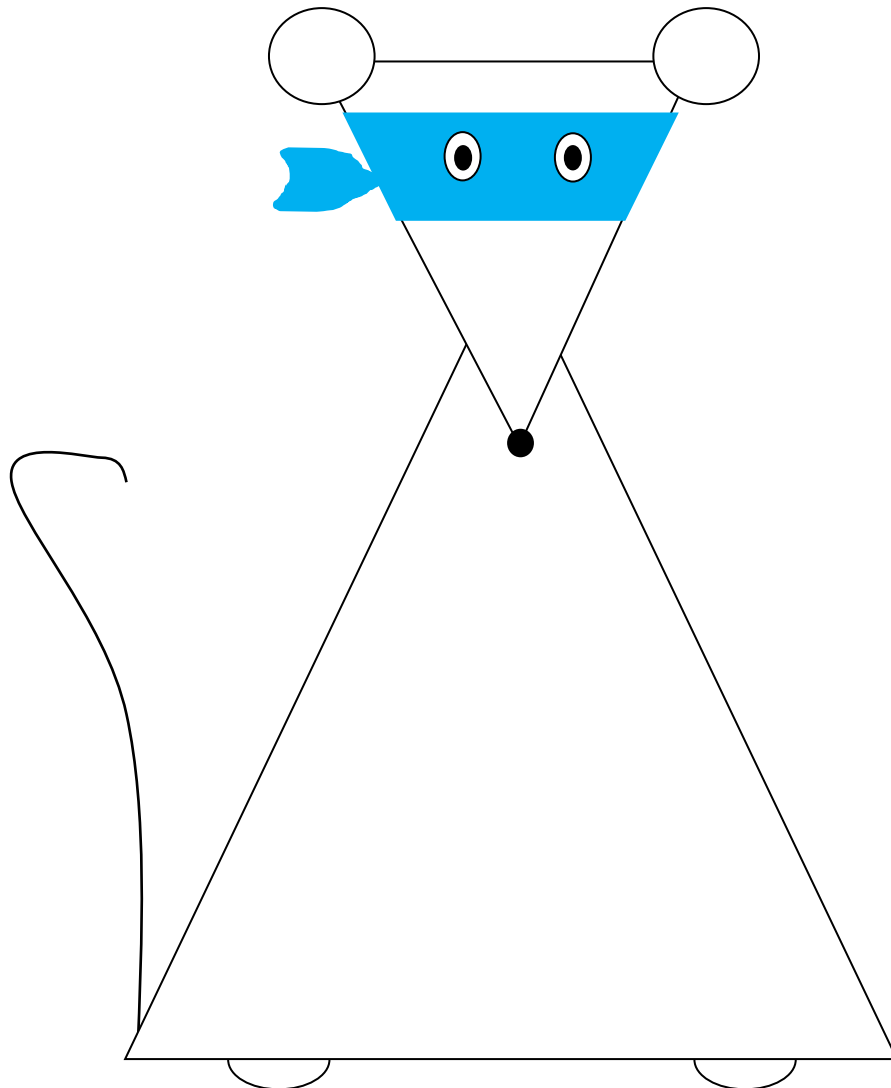
Indications et commentaires à propos des missions

Missions	Compétences	Commentaires	Stratégie élève
1. Représenter un trajet en suivant un programme	Décoder	Matériel : si possible, s'équiper d'une boussole pour visualiser les points cardinaux et ce que signifie TD ou TG. Repérer le Nord, orienter sur le sol une rose des vents reproduite sur une feuille plastifiée (ou la dessiner) en précisant l'orientation du Nord, puis la compléter avec les autres points cardinaux (en les illustrant par des données approximatives mais évocatrices : le soleil se lève à l'est, se couche à l'ouest, est vers le sud à midi). Faire éventuellement cheminer l'enfant sur un carrelage s'il a des difficultés à se représenter les consignes AV, TD, TG (quand on tourne, on reste sur place).	Décoder les signes TD, AV5, TG, etc. Repérer le Nord. Dessiner proprement à la règle le trajet demandé.
2. Encoder un trajet en suivant un programme	Encoder	Faire éventuellement cheminer l'enfant sur un carrelage s'il a des difficultés à se représenter les consignes AV, TD, TG (quand on tourne, on reste sur place).	Suivre une démarche inverse à la mission 1. Se souvenir des codes.
3. Représenter un trajet en suivant un programme	Décoder	Cf. 1.	Cf. 1.
5. Comparer des longueurs de trajets	Comprendre une représentation d'une longueur (le mètre). Passer de la représentation intermédiaire « papier » à la réalité exprimée en mètres.	Comprendre que le travail s'effectue dans un espace représenté Le trajet rouge sur le papier représente un trajet réel de 16 mètres. Rédiger une phrase de conclusion exprimant une comparaison des deux trajets. Faire varier les phrases de comparaison. Plusieurs solutions possibles : <i>A minima</i> : le trajet rouge sur le papier représente un trajet plus long que le trajet bleu. <i>Plus complexe</i> : le trajet rouge représente un trajet 4 mètre plus long que le trajet bleu. Son symétrique : le trajet bleu représente un trajet 4 mètre moins long (plus court) que le trajet rouge.	Dénombrer les « bâtons » qui sont représentés par les côtés des carreaux du quadrillage.
9. Problème ouvert	Représenter un trajet. Optimiser. Découvrir le carré comme figure optimisant le rapport aire/périmètre (sans que ces notions de soient abordées explicitement).	1. Il y a plusieurs trajets possibles, y compris des trajets avec des points de passage doubles. Chaque élève en choisit un. 3. Il s'agit du carré de côté 3 mètres. 4. On peut aussi dessiner deux rectangle non carré (en vert). Côtés 2 m et 4 m.	Repérer le point (B,1). Essais-erreurs sur les longueurs. Dénombrer.

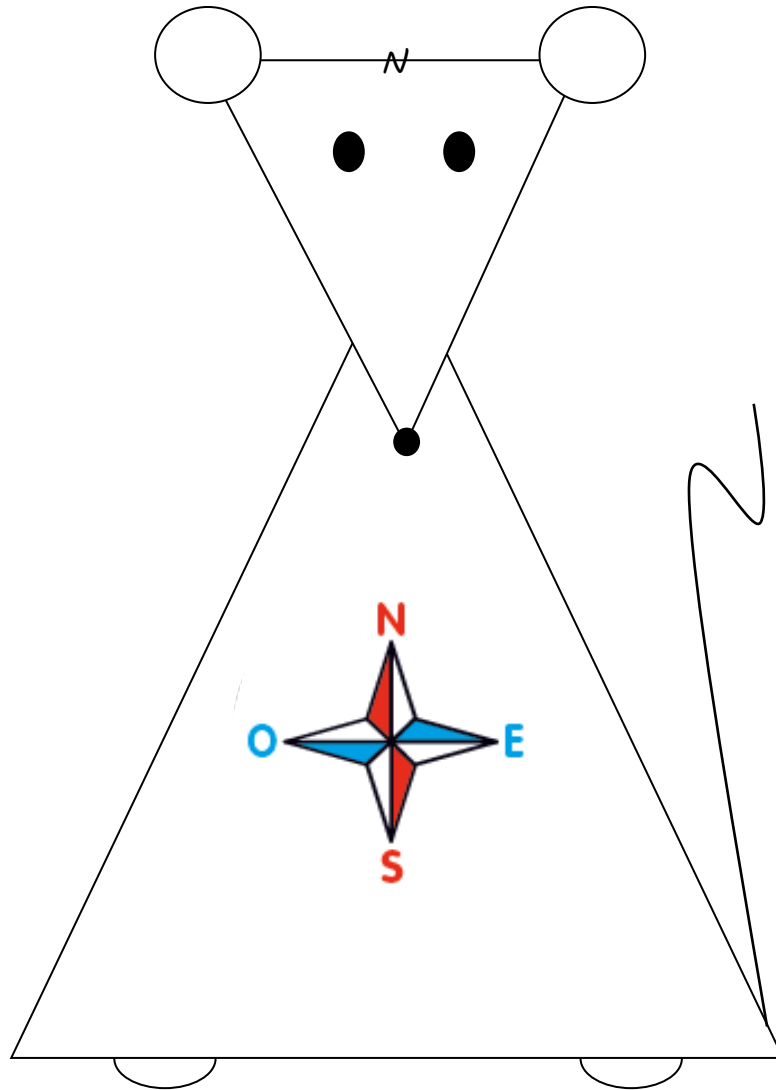
<p>10. Ecrire un programme de construction d'un carré</p>	<p>Représenter sous contraintes.</p>	<p>Réinvestissement, consolidation. Exemple de solution : Nord AV1 TD AV1 TD AV1 TD AV1 TD AV1 La longueur peut varier de 1 à 5 en nombres entiers.</p>	<p>Réinvestir les codes de déplacements, se référer à la mission 1. Choisir librement la longueur des côtés.</p>
<p>12. Dessiner des rectangles sous contrainte Recherche exhaustive. Résoudre un problème complexe.</p>	<p>Comprendre un énoncé de problème long. Chercher. Représenter. Modéliser. Lire un tableau. Erratum : Il manque une ligne en blanc et une ligne en grisé dans le tableau. Utiliser une ligne en grisé pour répondre.</p>	<p>Comprendre le texte : 4 poules par carré. On peut éventuellement représenter un carré avec 4 poules (elles-mêmes représentées par une croix). 1. Veiller à la recherche par exhaustivité. Faire des essais sur un cahier à carreaux ou un quadrillage avant de reporter sur le cahier. 2. Solutions 16 mètres de grillage permettent de construire les rectangles de dimensions (1,7), (2,6), (3,5), (4,4). Les nombres maximaux de poules : 28, 48, 60 et 64. 3. Optimisation : quand le rectangle est un carré de 4 mètres de côté. Ce carré enferme 16 petits carrés et peut accueillir 64 poules.</p>	<p>Se reporter aux stratégies de la mission 9. Comprendre que le nombre de mètres de grillage correspond à la longueur du chemin tracé par le quadrillage sur le sol au pourtour du rectangle. Utiliser une couleur différente par rectangle. Dénombrer les carrés intérieurs à chaque rectangle. Multiplier. Utiliser le tableau pour trouver la réponse (question 3).</p>
<p>17 Encadrer des mesures d'objets courants</p>	<p>Mesurer, encadrer</p>	<p>Exprimer les mesures par encadrements. Les résultats dépendent des objets réellement utilisés.</p>	<p>Encadrer des mesures.</p>
<p>18. Convertir des unités de mesure</p>	<p>Représenter une mesure de longueur de différentes manières.</p>	<p>Le lecteur remarquera que l'ouvrage n'utilise pas les tableaux dits « de conversion ». En effet, ces tableaux laissent penser qu'il y a des colonnes de cm, des colonnes de dm, des colonnes de m, séparant ainsi ce qui ne l'est pas. Les conversions s'effectuent toujours par un retour au sens (1 dm c'est 10 cm, 1 m c'est 10 dm, etc.). Faire rappeler fréquemment ce que signifient les éléments de mots <i>déci-</i>, <i>centi-</i>. Cette activité permet de consolider le sens des conversions et sera utile plus tard tant pour les mesures de contenances que pour celles de masses.</p>	<p>Se remémorer le sens des abréviations m, dm, cm. Utiliser l'affiche « Unités de mesure ».</p>

DOCUMENTS

1. CacheRa



2. OrienteRa



3. Programme de déplacement

Avance de 8 pas vers le Nord,
Tourne à droite (ce qui veut dire : tourne d'un angle droit sur ta droite),
Avance de 5 pas,
Tourne à gauche (ce qui veut dire : tourne d'un angle droit sur ta gauche),
Avance de 4 pas.
Tu es arrivé.

4. Grille pour encoder des trajets

