

L'égalité
Le signe =

Le lecteur intéressé par davantage de missions ou de détails d'ordre pédagogiques peut consulter le guide pédagogique dans son intégralité.

Voir onglet *accompagnement/guide pédagogique*

OBJECTIFS ET CHOIX MATHÉMATIQUES

Du point de vue des connaissances, cette unité vise à :

- **Consolider le concept de l'égalité**, concept qui permet d'indiquer que deux désignations identiques ou non désignent un seul et même nombre.
- **Consolider** l'utilisation du signe de l'égalité : =.

Du point de vue des compétences, cette unité vise à :

- **Consolider** les comparaisons d'écritures de nombres en manipulant.
- **Consolider** les comparaisons d'écritures de nombres par le calcul.
- **Développer des compétences** relevant de la manipulation de l'égalité :
 - comment passer d'une égalité à une autre,
 - comment s'assurer que deux écritures de nombres sont égales ou non,
 - comment repérer si une écriture d'un nombre désigne un nombre supérieur ou inférieur à un autre, etc.
- **Mobiliser le nombre appelé zéro** pour transformer des égalités afin d'effectuer des calculs en simplifiant le déroulé.
- **Développer des compétences en lien avec la relation d'ordre** : comparer des écritures de nombres en analysant leurs décompositions additives :
 - dans une somme, on peut ajouter un nombre x à un des termes de la somme, à condition de l'enlever à l'autre terme, on ne modifie pas la valeur,
 - dans une différence, on peut ajouter ou retrancher un même nombre à chacun des deux termes, on ne modifie pas la valeur.

Ce chapitre est certainement un des plus importants pour permettre à l'élève de faire de véritables mathématiques en exerçant ses compétences d'observation, de manipulation, de composition et décomposition de nombres.

ACTIVITES EN MATHÉMATIQUES

Introduction

Cette unité est sans doute l'une des plus importantes de l'enseignement des mathématiques en cycle 2 puisqu'elle vise à consolider le sens d'une notion que les élèves utiliseront tout au long de leur scolarité, l'égalité. Son sens est souvent mal compris, pourtant, bien des apprentissages ultérieurs en dépendent, comme par exemple la compréhension de la relation $\frac{1}{4} = 0,25$. C'est aussi le concept d'égalité qui donne sens à la formule de la division euclidienne, à certaines techniques opératoires, au calcul réfléchi, etc.

Une conception erronée de l'égalité consiste à croire que l'égalité est une relation entre nombres or tout nombre n'est égal qu'à lui-même, de même que toute personne existant sur Terre n'est égale qu'à elle-même. Deux personnes différentes peuvent avoir des droits égaux, des tailles égales, des masses égales, des revenus égaux mais ne sont, jamais égales. Il n'y a donc pas lieu de mobiliser un signe particulier pour indiquer qu'un nombre est égal à lui-même.

Par contre, tout nombre possède une infinité de désignations possibles. C'est dans l'ensemble de ces désignations qu'il est intéressant de pouvoir mentionner que deux d'entre elles sont celles d'un même nombre ou ne le sont pas (7 , $3 + 4$, $9 - 2$, $1 + 3 + 2 + 1$, $2 \times 3 + 1$, etc.). L'égalité est ainsi une relation entre des écritures de nombres, généralement dans le registre des écritures symboliques mathématiques, indiquant que des écritures désignent un même nombre (pour l'inégalité, des nombres différents). Il est tout aussi important de pouvoir transformer une écriture d'un nombre en une autre écriture de ce même nombre. Cela permet notamment d'effectuer mentalement ou en ligne des calculs avec une plus grande agilité.

L'égalité permet de substituer une écriture d'un nombre à une autre, écriture plus adaptée à la tâche à effectuer.

Exemples :

- pour calculer $8 + 7$, on peut substituer $2 + 5$ à la désignation 7 , ce qui simplifie le calcul.
- pour calculer $1002 - 789$, on peut substituer $999 + 3$ à 1002 , ce qui donne alors le calcul $1002 - 789 = 999 + 3 - 789 = 999 - 789 + 3 = 210 + 3 = 213$.
- pour calculer 47×37 , on peut substituer $50 - 3$ à 47 , ce qui donne $47 \times 37 = (50 - 3) \times 37$ d'où $47 \times 37 = 50 \times 37 - 3 \times 37 = 1850 - 111 = 1739$, simplifiant de beaucoup les calculs.

L'égalité n'est pas le signal qui déclenche un calcul (touche de calculatrice) qui viserait la transformation d'une écriture d'un nombre en son écriture canonique. Cet usage de l'égalité n'est qu'un cas particulier du cas général décrit ci-dessus. L'égalité, c'est surtout de pouvoir substituer une écriture à une autre d'un même nombre en fonction de la tâche à effectuer.

Le sens profond de l'égalité n'est habituellement pas ou peu enseigné. Cette notion apparaît usuellement au début des apprentissages par l'utilisation « parachutée » du signe qui la traduit dans le registre des écritures mathématiques. Elle est généralement introduite

- sans qu'elle apparaisse comme une nécessité,
- sans qu'elle réponde à un problème,
- sans qu'au moins un de ses nombreux sens ne soit établi,
- sans que son introduction ne soit même explicite.

Le seul sens qui gouverne généralement son introduction est pourtant celui de déclencheur de calcul. Ainsi, si on pose à quelqu'un la question suivante : « $3 + 4$ égale ? », la réponse spontanée est 7, beaucoup moins spontanément $5 + 2$ et encore moins facilement $9 - 2$. Ce sont pourtant ces deux dernières manières d'exploiter la notion d'égalité qui sont les plus fondamentales. La première découle du sens donné à l'égalité qui prévaut dans les deux dernières écritures.

Cette unité consolide ou éclaire différemment le sens de l'égalité déjà vu par les élèves en début du cycle 2.

Un travail en langue sur le sens du verbe *égaler*, de l'adjectif *égal* et du nom *égalité*, accompagne l'introduction du signe =.

Activités suggérées

Les activités mathématiques de cette unité ont pour objectif :

- de permettre aux élèves de comprendre que les nombres ont de très nombreuses désignations différentes possibles,
- de comparer des écritures pour affirmer qu'elles sont ou non celles d'un même nombre,
- de transformer des écritures d'un même nombre.

Quelles activités mathématiques ?

Les activités portant sur la manipulation d'égalités, proposées dans cette unité, sont variées, par exemple :

- comparer deux écritures différentes données de nombres afin de savoir si elles désignent ou non le même nombre, donc savoir si elles sont ou non *égales*,
- partir d'une écriture d'un nombre et fabriquer une écriture différente qui désigne le même nombre (fabriquer une égalité),
- comparer deux écritures et évaluer leur différence (la distance entre les deux nombres qu'elles désignent),
- compléter une égalité à trou,
- émettre des conjectures portant sur des opérations permises sur les égalités,
- développer des stratégies de calcul mettant en œuvre les conjectures développées précédemment,
- trouver par le calcul l'écriture canonique d'un nombre donné et l'exprimer par une égalité (ex : $3 + 4 = 7$),
- trouver une écriture d'un nombre susceptible de faciliter une tâche donnée, calcul par exemple.

Le fait que le nombre désigné par 0 puisse s'écrire sous toutes les formes possibles a – a par exemple $3 - 3$, $5 - 5$, etc. sera d'une grande utilité pour les calculs soustractifs. Le lien avec le concept de distance sera établi à l'occasion de calculs de ce type.

Quelles stratégies pour comparer des écritures de nombres et montrer une égalité ?

Les élèves peuvent

- Manipuler (indispensable au début pour bien comprendre le sens de l'égalité),
- Représenter (les nombres donnés sont représentés par des collections de points, de croix, etc.),
- Calculer mentalement,
- Opérer sur les écritures elles-mêmes :

Pour montrer que deux écritures sont égales ou différentes

On peut transformer les écritures à comparer en effectuant une ou les deux opérations suivantes :

- on peut ajouter un même nombre aux deux membres d'une égalité¹, autrement dit : pour tout x , tout y et tout a , si $x = y$ alors $x + a = y + a$, et réciproquement,
- on peut enlever un même nombre aux deux membres d'une égalité, autrement dit : pour tout x , tout y et tout a (compatible), si $x = y$ alors $x - a = y - a$, et réciproquement.

Ces deux propriétés permettent en fait de vérifier une égalité. Par exemple, si l'on demande aux élèves de comparer les deux écritures (dire s'il y a ou non égalité entre ces deux écritures)

$3 + 4 + 7 + 8$ et $7 + 7 + 9$, il suffit d'enlever 7 à chacune d'elle, puis encore une fois 7 (sous une forme $3 + 4$ dans un cas et 7 dans l'autre), puis 8 aux deux membres pour ramener le problème à la comparaison de 0 et de 1 dont on sait que ces deux écritures ne sont pas égales. D'où la conclusion :

$$3 + 4 + 7 + 8 \neq 7 + 7 + 9$$

Les deux propriétés ci-dessus seront tout d'abord mises en évidence sur des exemples par manipulation d'objets pour les élèves les plus fragiles.

Pour transformer une écriture donnée en une écriture égale (ce qui sera fort utile pour le calcul) :

On peut transformer les écritures à comparer en effectuant une ou les deux opérations suivantes :

- on ne modifie pas une somme en ajoutant un nombre à un terme de cette somme et en enlevant le même nombre à l'autre terme de la somme. Autrement dit : pour tout x , tout y et tout a (compatibles),

$$x + y = (x + a) + (y - a),$$

exemple :

$$5 + 7 = (5 + 3) + (7 - 3) = 8 + 4$$

Par exemple : écrire avec un maximum de 8 le nombre désigné par $6 + 5 + 7 + 9 + 3$

On remarque que $6 + 5$ c'est aussi $(6 + 2) + (5 - 2)$ d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 3 + 7 + 9 + 3, \text{ mais } 3 + 7 = (3 + 5) + (7 - 5) = 8 + 2$$

d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 2 + 9 + 3, \text{ mais } 2 + 9 = (2 + 6) + (9 - 6) = 8 + 3$$

d'où l'égalité :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 8 + 3 + 3$$

et le résultat :

$$6 + 5 + 7 + 9 + 3 = 8 + 8 + 8 + 6$$

C'est ce type de travail que les élèves effectuent en écrivant souvent en barrant et en écrivant des restes ou des compléments au-dessus.

¹ En écrivant cela, on commet un abus de langage, mais les expressions correctes seraient trop longues et chronophages. Les abus de langage sont inévitables en mathématiques.

- on ne modifie pas une différence en ajoutant ou en enlevant le même nombre à chacun des termes de la différence. Autrement dit : pour tout x , tout y et tout a (compatibles),

$$x - y = (x + a) - (y + a),$$

Cette propriété, qui sera d'une très grande utilité dans le calcul en ligne et dans le calcul mental portant sur des grands nombres, peut dès maintenant servir à transformer des écritures en écritures égales sous contrainte. Cette même propriété est aussi base de certaines techniques opératoires de la soustraction notamment dans les cas dits « à retenue » portant sur des nombres écrits avec plus de deux chiffres. Elle revient, comme énoncé précédemment, à ajouter 0 sous la forme $a - a$ à un nombre.

Quelle place pour les manipulations ?

Il n'est sans doute pas inutile de reprendre et de consolider la compréhension du sens de l'égalité en permettant à certains élèves (voire à tous) de manipuler au début. On considère deux tas de haricots (par exemple), on répartit ces deux tas en paquets, on écrit le cardinal de chacun des tas comme somme des cardinaux de chacun des paquets, on obtient deux écritures numériques que l'on peut comparer directement dans le registre des écritures mathématiques et dont on peut vérifier les conclusions en comparant les deux collections d'objets : elles ont autant d'objets, il y a égalité, elles n'en ont pas autant, il n'y a pas égalité.

Dans les missions présentées, il s'agit de comparer des écritures de nombres, et de conclure à leur égalité ou à leur différence. Ces écritures peuvent comporter des signes $+$ et $-$. Il est aussi demandé de compléter ou de transformer des écritures pour obtenir une égalité. L'élève sera aussi amené à évaluer la distance entre deux nombres au travers d'écritures variées de ces nombres.

La référence au nombre de RaZeds qu'une écriture permet de sauver, en envoyant chez VendRa les NuméRas désignés par cette écriture permet immédiatement d'affirmer que certaines écritures sont égales, par exemple :

$9 + 7 = 7 + 9$ puisque ce sont les mêmes NuméRas qui sauvent les RaZeds (RaNeuf et RaSept) ;

$5 + 6 + 3 + 4 = 3 + 6 + 5 + 4$ pour les mêmes raisons. On peut pour cela utiliser des cartes sur lesquelles figurent des NuméRas.

Dans ce type de travail, on associe soit certaines configurations du réel (tas formés de paquets) à des écritures mathématiques, soit des représentations figurales de ces objets groupés par paquets à des écritures symboliques mathématiques.

Pour montrer que deux écritures sont égales, par exemple que $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$ on peut :

- Procéder par transformation et manipulation : partir d'une écriture, prendre **un seul tas** d'objets (le nombre d'objets total que traduit cette écriture), former les paquets comme indiqué dans l'écriture, puis transformer les paquets pour parvenir à traduire de manière évidente l'autre écriture.

Exemple : Pour montrer l'égalité $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$

Prendre un tas de $3 + 4 + 5$ objets. Disposer ce tas en trois paquets, l'un de 3 objets (à gauche), l'autre de 4 objets (au milieu), le dernier de 5 objets (à droite), l'association entre l'écriture additive et le tas formé des trois paquets ainsi configurés est alors évidente. Dans un deuxième temps, transformer ces paquets pour obtenir une configuration traduisant fidèlement le membre de droite de l'égalité. Pour cela, décomposer le paquet de gauche en deux paquets, l'un d'un objet, l'autre de deux. Les placer dans cet ordre de gauche à droite. Former ensuite un seul paquet du paquet de quatre objets et du paquet de cinq objets (les rassembler), ce qui forme un paquet de neuf objets que l'on dispose à droite des deux autres, réalisant alors par manipulation, l'écriture additive du membre de droite de l'égalité, dont la correspondance devient évidente. Il ne reste aucun objet non pris en compte. Aucun objet n'a été ajouté. Il y a bien égalité entre les deux écritures.

- Procéder par comparaison et manipulation : prendre **deux tas** d'objets, l'un qui traduit l'écriture du nombre d'objets d'un membre de l'égalité, l'autre qui traduit le nombre d'objets de l'autre membre de l'égalité, comparer alors le nombre total d'objets.

Exemple : pour montrer que $3 + 4 + 5 = 1 + 2 + 9$

Prendre trois paquets d'objets (l'un de 3, l'autre de 4, le dernier de 5) pour traduire le membre de gauche, et trois paquets (l'un de 3, l'autre de 2, le troisième de 7) pour traduire le membre de droite. Former les deux tas en groupant les paquets. Associer un à un les éléments pour constater que ces deux tas ont le même nombre d'éléments, d'où l'égalité. Dans le cas contraire, on n'aurait pas l'égalité.

Note : dans les cas où un signe $-$ figure dans l'écriture d'un des deux membres, s'il s'agit par exemple de montrer par la manipulation que $9 - 2 = 3 + 4$ ou que $3 + 4 = 9 - 2$.

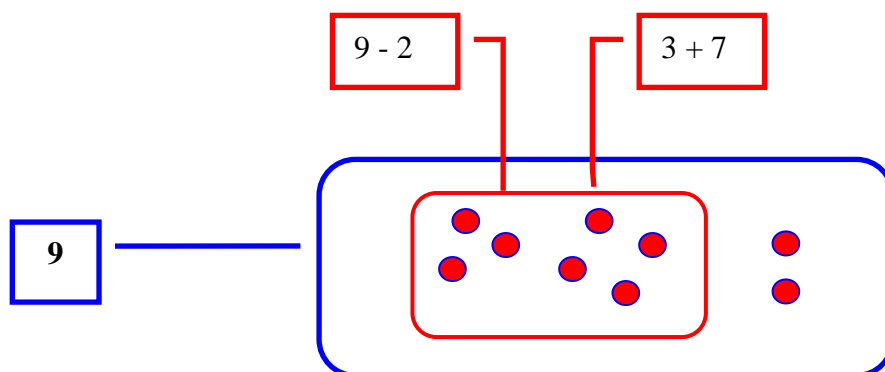
Première stratégie : prendre le nombre d'objets indiqué par le nombre duquel on soustrait, dans ce cas, 9 objets. Effectuer l'enlèvement de 2 objets. Il reste un tas à décomposer en un paquet de 3 objets et un paquet de 4 objets. L'égalité est alors montrée. Se pose le problème des traces écrites puisque des objets disparaissent lors des manipulations. Il est alors indispensable de traduire les manipulations opérées en écriture mathématiques au fur et à mesure qu'elles sont effectuées. Il est conseillé dans ce cas où le problème est traité comme s'il s'agissait d'une transformation, de dessiner un axe chronologique et d'écrire les différentes opérations sur cet axe en sériant bien les périodes. La suite des transformations est illustrée ci-dessous avec des billes.

Je prends 9 billes.	J'en enlève 2.	J'ai un tas de $9 - 2$ billes.	Je fais un paquet de 3 billes et un paquet de 4 billes.	J'ai $3 + 4$ billes.
---------------------	----------------	--------------------------------	---	----------------------

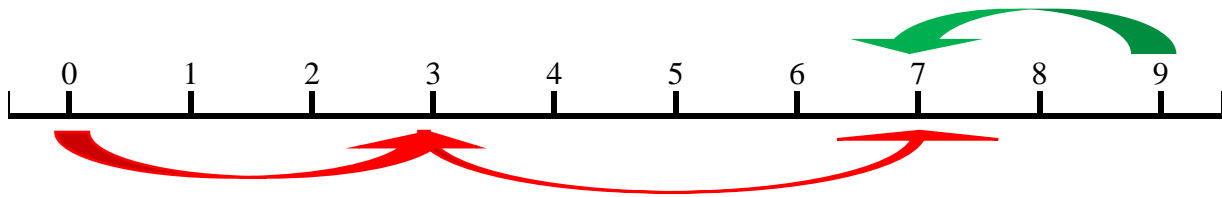
On en déduit l'égalité $9 - 2 = 3 + 4$.

Deuxième stratégie : On peut aussi se ramener au premier cas, celui où il n'y a pas de signe $-$. On prend tout simplement un tas de 9 billes, on en enlève 2. Il reste un tas de billes que l'on sépare en un paquet de 3 billes et un paquet de 4 billes. L'égalité est aussi montrée, mais on a perdu trace du retrait et si une erreur s'est insinuée à ce moment, les conclusions seront erronées.

Troisième stratégie : Se rappeler les relations partie-tout dans une collection d'objets. Prendre 9 billes. Les poser dans une « patate » pour délimiter la collection des 9 billes. Former une partie de cette collection constituée de 2 billes. Le cardinal de la partie complémentaire est $9 - 2$. Former dans la partie complémentaire un tas de 3 billes et un tas de 4 billes. L'égalité est alors montrée.



Quatrième stratégie : Cette quatrième stratégie repose sur la représentation de la frise numérique et sur le fait que les nœuds indiqués sur cette frise peuvent représenter des nombres.



- La flèche verte pointe le nombre $9 - 2$ (comme sur un plateau de jeu).
- Les flèches rouges pointent le nombre $3 + 4$
- Les deux flèches arrivent au même endroit, pointent une désignation du même nombre sur la file numérique. On a donc l'égalité.

Pour compléter une écriture afin d'obtenir une égalité, on peut :

- Procéder par manipulation à partir de l'écriture décrivant un membre de l'égalité

Exemple : Prendre un paquet de 6 objets, un paquet de 3 objets, ce qui forme un tas de 9 objets. Isoler un paquet de 4 objets, ce qui isole de fait un paquet de 5 objets. Constaté alors que $6 + 3 = 4 + 5$.

Pour les missions laissant le choix des paquets traduisant le second membre, on opère de la même manière en choisissant arbitrairement un ou deux premiers paquets à partir d'un tas d'objets représentant le nombre total d'objets.

Exemple : Prendre un tas de $3 + 5$ objets, former un tas de 2 objets, un tas de 5 objets, il reste un tas de 1 objet. D'où l'écriture de l'égalité : $3 + 5 = 2 + 5 + 1$.

Toutes ces activités permettent aux élèves de se **forger des représentations** qui seront fort utiles en **calcul mental**. En « manipulant » ainsi des égalités, les élèves effectuent du calcul mental.

S'il est important de faire manipuler les élèves au début, il est non moins important d'orienter au fur et à mesure de leurs capacités les élèves vers un travail purement écrit dans le registre mathématique, ce qui mobilise du calcul mental.

Quelles traces écrites pour ces missions ?

Il est important de conserver une trace écrite, rédigée collectivement, des stratégies décrites ci-dessus (ou d'autres pertinentes) et de copier ces traces dans le *Cahier de recherches*. La mission 3 aide à la rédaction de ces stratégies.

On s'inspirera aussi des travaux sur la frise numérique (stratégie 4) pour conserver des traces écrites.

Indications et commentaires à propos des missions

Missions	Compétences	Commentaires	Stratégie élève
1. Relation d'ordre à titre d'exemple, notamment pour la dévolution du vocabulaire.	Comparer deux écritures additives. Evaluer une distance entre deux nombres.	Laisser manipuler les élèves qui en ont besoin, surtout pour installer le vocabulaire conventionnel dans cette méthode de tas et de paquet, tout paquet étant une partie d'un tas (au sens large).	Constater que A désigne un tas contenant un paquet de 6 objets et un paquet de 5 objets, que B désigne un tas contenant un paquet de 6 objets et un paquet de 8 objets. 8 étant plus grand que 5, la commande B libère plus de RaZeds que la commande A, 3 de plus.
2. Relation d'ordre	Cf. Mission 1.	Cf. Mission 1.	Cf. Mission 1.
3. Relation d'ordre	Ecrire une désignation additive supérieure à une autre. Comparer.	Il suffit que l'élève ajoute n'importe quel nombre sauf 0. La mise en commun peut faire apparaître des stratégies variées (voir ci-contre). La réponse de la classe peut faire apparaître une autre réponse construite collectivement ou choisie par la classe parmi les réponses des élèves.	Ajouter 1 ou plus. Augmenter un ou plusieurs nombres, de l'écriture, etc.
7. Comparer et classer des commandes	Classer Comparer Calculer par décomposition recomposition	Cette mission a pour but de consolider les apprentissages de comparaisons d'écritures de nombres, de rangement de nombres à partir de leurs différentes écritures, en les comparant sans effectuer les calculs globaux qui dépassent dix ! Les élèves doivent faire comme les NuméRas. Demander aux élèves de commencer en comparant d'abord des commandes à la commande O (position centrale). Leur demander de faire des tas des commandes égales, puis de placer ces tas de gauche à droite devant eux de la commande la plus petite à la commande la plus grande, puis, seulement après, de reporter leurs résultats sur l'axe, comme indiqué. Préciser le fonctionnement de cette représentation. Mise en commun : veiller à faire justifier par les élèves et à conserver trace écrite dans le <i>Cahier des NuméRas</i> des différentes stratégies utilisées. Dans l'activité de rangement sur l'axe : demander aux élèves de commencer à placer l'étiquette grisée. Problème de recherche (presque ouvert). Résultat de la plus petite à la plus grande commande : Dix-huit : A, S, I, L, D, X Dix-neuf : N, K, R, F, U, Y Vingt : W, B, P, O, J, Z Vingt-et-un : V, E, M, G Vingt-deux : H, Q, C, T	Voir « Quelles stratégies pour comparer des écritures de nombres et montrer une égalité ? »

<p>8. Comparer des écritures, signe = et \neq.</p>	<p>Comparer des écritures additives et soustractives. Calculer mentalement.</p>	<p>Faire émerger les différentes stratégies lors de la mise en commun. Copier dans le Cahier des NuméRas les stratégies pertinentes de portée générale.</p>	<p>Calculer mentalement en réduisant chacun des deux membres à leur écriture canonique quand les sommes ne dépassent pas 9. Manipuler pour certains. Autres stratégies : voir « Quelles stratégies pour... ».</p>
<p>9. Egalité, composer, décomposer</p>	<p>Calculer mentalement. Produire des écritures additives et soustractives pour réaliser des égalités.</p>	<p>Autoriser l'utilisation du nombre 0, mais ne pas le susciter. Par contre, le noter comme une stratégie possible lors de la mise en commun. Cf. ci-dessus.</p>	<p>Décomposer ou composer mentalement.</p>
<p>10. Egalité composer, décomposer</p>	<p>Décomposer recomposer additivement Calculer mentalement</p>	<p>A ce stade, on encouragera les élèves qui souhaitent encore manipuler à effectuer les calculs dans leur tête. L'écriture obtenue est celle d'une division euclidienne. L'enseignant pourra imaginer un énoncé de problème relevant de la division (nombre de parts) à partir de cette écriture. Ce prolongement pourra être donné aux élèves les plus rapides à ce moment des apprentissages, à tous les autres ensuite.</p>	<p>Manipuler. Décomposer et recomposer.</p>
<p>11. Egalité composer, décomposer</p>	<p>Cf. mission 10.</p>	<p>Cf. mission 10.</p>	<p>Cf. mission 10.</p>
<p>17. Egalité. Composer, décomposer</p>	<p>Calculer</p>	<p>4 = 9 - 5 4 = 8 - 4 4 = 7 - 3 4 = 6 - 2 4 = 5 - 1 4 = 4 - 0 Idem pour 5 = 9 - 4, etc.</p>	<p>Essais et erreurs. Travail organisé et exhaustif en commençant par 9 et en faisant décroître ce nombre de un en un. Moins performant : manipuler.</p>

Axe pour paquets d'étiquettes de la Mission 7

		A		N		O		V		H
		S		K		W		E		Q
		I		R		B		M		C
		L		F		P		G		T
		D		U		O				
		X		Y		J				
						Z				

FOIRE AUX QUESTIONS

1. Pourquoi passer autant de temps sur la notion d'égalité ? N'est-ce pas du temps perdu ?

Les programmes de 2016, avec l'allongement du cycle des apprentissages fondamentaux, donnent une année de plus pour acquérir ces compétences et connaissances. Encore faut-il savoir ce que recouvre ce terme « apprentissages fondamentaux ».

Cette expression, dans les programmes de 2008, semblait davantage désigner les automatismes que les élèves devaient acquérir en mathématiques, se centrant sur les calculs et la dextérité des élèves à les effectuer (ce qu'une calculatrice de base fait mieux qu'eux). Dans les nouveaux programmes, ces apprentissages fondamentaux relèvent aussi du développement de l'esprit, ceux qui sont liés à l'apprentissage même d'une discipline. Ainsi, ils considèrent que le sens lié aux apprentissages des concepts est premier. Ces concepts doivent donc, et il s'agit là d'une injonction, être enseignés en réponse à des problèmes. C'est plus particulièrement le cas de la notion d'égalité.

Le problème que rencontrent les NuméRas justifie l'introduction du concept fondamental d'égalité, concept sur lequel repose toute activité mathématique du début de l'école obligatoire jusqu'aux plus hauts niveaux de la recherche en mathématiques.

Or, ce concept est peu enseigné et, quand il l'est, il n'est pas explicité et apparaît sous la forme d'un signe (=), dont le rôle est essentiellement de déclencher un calcul pour exprimer le membre de gauche sous une forme plus compacte, forme dite canonique.

Si ce sens ne peut être délaissé, il n'est pas fondamental et se déduit du sens plus général que cette unité construit, en totale conformité avec les nouveaux programmes : « L'introduction et l'utilisation des symboles mathématiques sont réalisés au fur et à mesure qu'ils prennent sens dans des situations d'action, en relation avec le vocabulaire utilisé »². La rubrique « Nombres et calculs » rappelle que le « sens des symboles =, [...] », doit être consolidé par « les comparaisons [qui] peuvent porter sur des écritures usuelles ou non : par exemple comparer $8 + 5 + 4$ et $8 + 3 + 2 + 4$ [...] et en déduire que les deux nombres sont égaux ».

Travailler le sens de l'égalité est donc essentiel et l'enseignant doit y consacrer le temps nécessaire.

2. Pourquoi ne pas introduire ici les signes < et > ?

La surcharge prématurée en signes met souvent les élèves les plus en délicatesse avec les mathématiques dans des situations d'échec que l'enseignant s'évertue à résoudre en inventant d'autres signes qui viennent se substituer aux signes conventionnels. L'approche des signes < et >, qui n'a aucun intérêt mathématique à cette période des apprentissages, sera effectuée ultérieurement lorsque ces signes deviendront utiles.

² Programmes 2016, préambule de la partie concernant les mathématiques.